Wydział Mechaniczny Energetyki i Lotnictwa
Zakład Wytrzymałości Materiałów i Konstrukcji

Metoda elementów skończonych (MES2)

Wykład 2. Przepływ ciepła i naprężenia cieplne

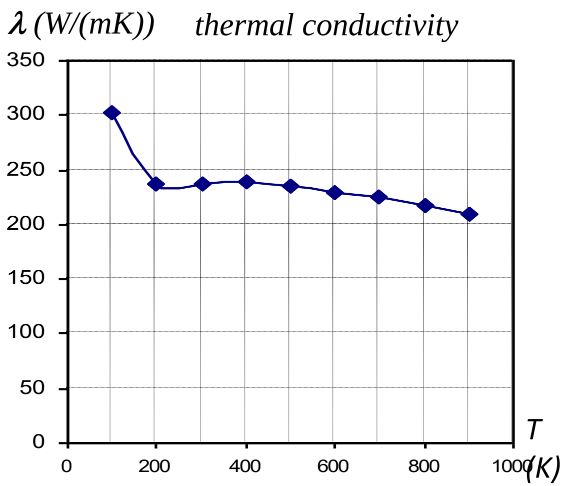
10.2021

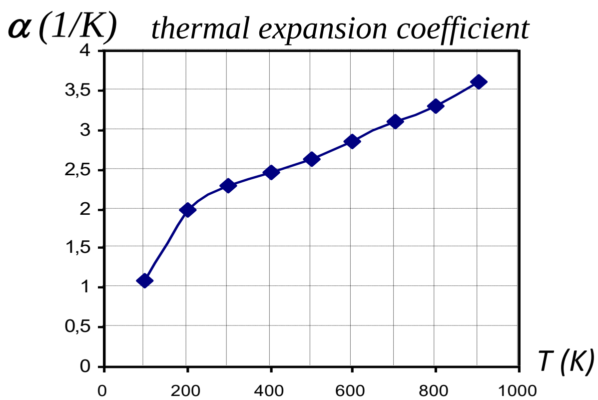
Właściwości termo-mechaniczne w zależności od temperatury

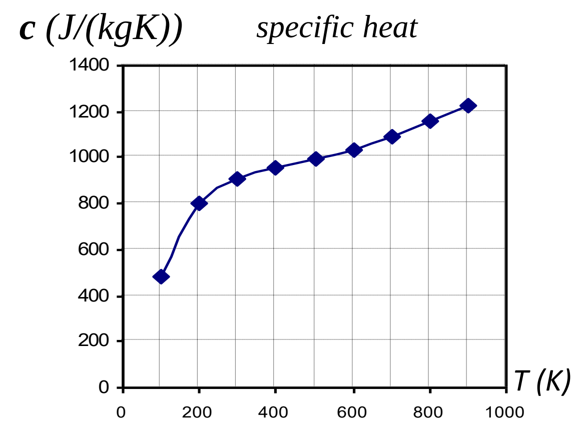
Temperatura może wpływać na wytrzymałość konstrukcji poprzez:

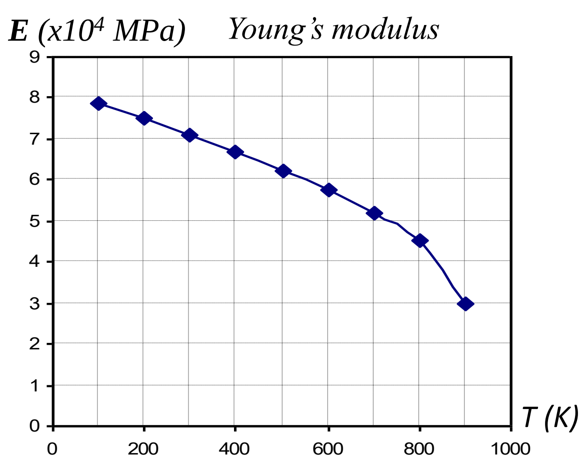
- efekt rozszerzalności cieplnej (naprężenia cieplne)
- wpływ temperatury na właściwości mechaniczne materiałów

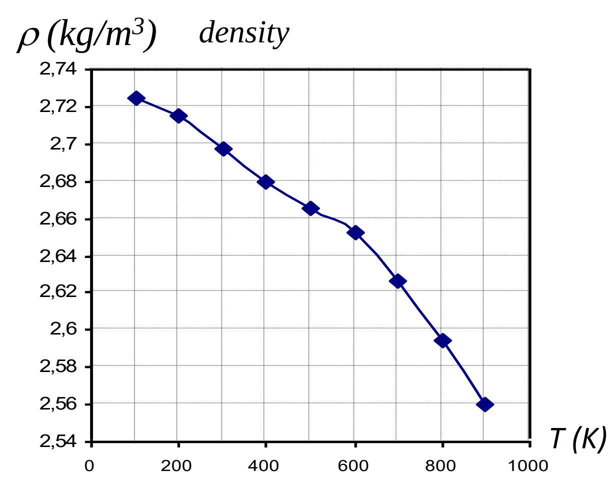
Właściwości termo-mechaniczne aluminium *(właściwości w funkcji temperatury K)*





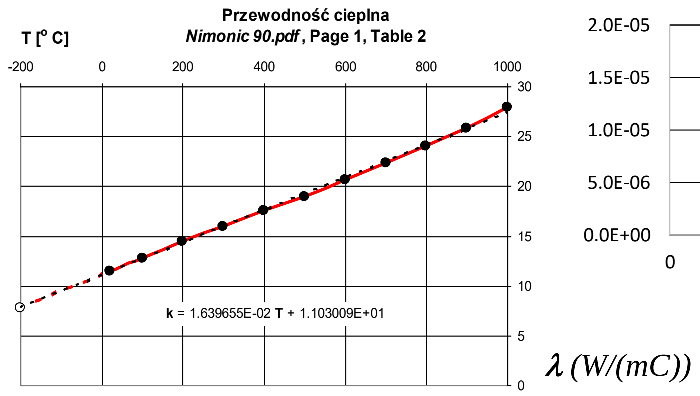


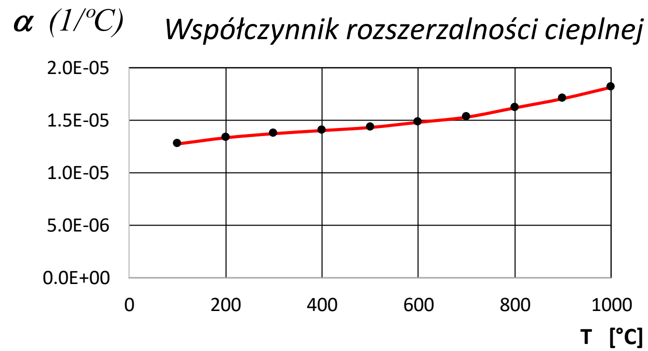


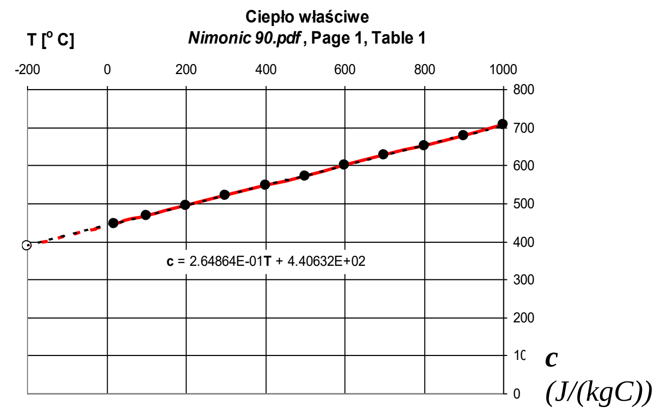


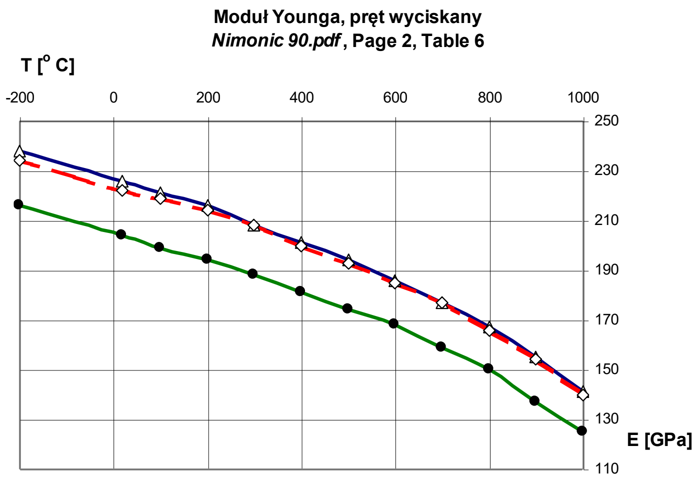
Właściwości termo-mechaniczne w zależności od temperatury

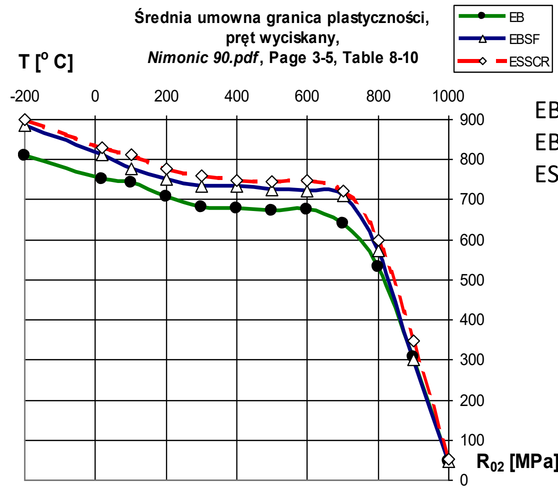
Nimonic 90: stop na bazie niklu, odporny na wysokie temperatury i pełzanie, przeznaczony do stosowania w elementach samolotów i turbin gazowych, takich jak łopatki turbin i dysze wydechowe silników.











EB- pręt wyciskany,
EBSC - pręt wyciskany, następnie kuty,
ESSCR - profil wyciskany, następnie walcowany na zimno

www.specialmetals.com

Współczynnik rozszerzalności cieplnej

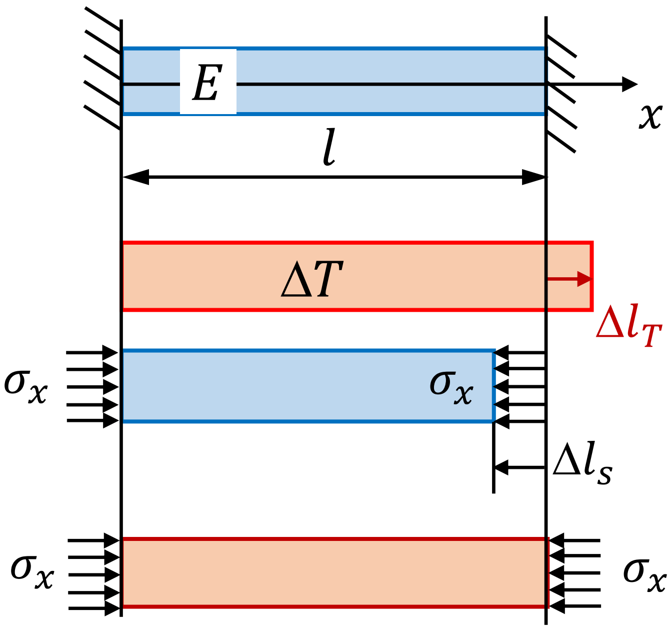
$$\boxed{\alpha(T) = \frac{l(T) - l(T_{ref})}{(T - T_{ref})\,l(T_{ref})} = \frac{\Delta l}{l\Delta T} = \frac{\varepsilon(T)}{\Delta T}}$$

$\boldsymbol{T_{ref}}$ – temperatura odniesienia dla stanu nieobciążonego,

$$\{\varepsilon\} = \underbrace{\{\varepsilon\}_T}_{\text{odkształcenie termiczne}} + \underbrace{\{\varepsilon\}_s}_{\text{odkształcenie sprężyste}} \Rightarrow \begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \varepsilon_z \\ \gamma_{xy} \\ \gamma_{yz} \\ \gamma_{xz} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \alpha_x \Delta T \\ \alpha_y \Delta T \\ \alpha_z \Delta T \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix}_T + \begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \varepsilon_z \\ \gamma_{xy} \\ \gamma_{yz} \\ \gamma_{xz} \end{Bmatrix}_s$$

w przypadku izotropowym $\alpha_x = \alpha_y = \alpha_z = \alpha$

Przykład 1: pręt statycznie niewyznaczalny z równomiernym rozkładem temperatury



$$\Delta l_T + \Delta l_s = 0$$

$$\varepsilon_{xT} \cdot l + \varepsilon_{xs} \cdot l = 0$$

$$\alpha \cdot \Delta T \cdot l + \frac{\sigma_x}{E} \cdot l = 0$$

$$\sigma_x = -E \cdot \alpha \cdot \Delta T$$

dla: $E = 2 \cdot 10^5$ MPa, $\Delta T = 100°C$, $\alpha = 1.2 \cdot 10^{-5}$ 1/ $°C$:

$\sigma_x = -240$ MPa (ściskanie – możliwość wyboczenia)

Naprężenie termiczne występują w przypadkach:

- nierównomierne pole temperatur,
- zmiana temperatury i niejednorodność materiału,
- zmiana temperatury i statycznie niewyznaczalne więzy.

Standardowe podejście w analizie naprężeń cieplnych z wykorzystaniem MES

A. Analiza przepływu ciepła *(stan ustalony lub nieustalony)*
B. Analiza naprężeń wykorzystująca aktualne pole temperatury jako rodzaj sił objętościowych

A. ANALIZA TERMICZNA

Równanie różniczkowe cząstkowe opisujące nieustalony przepływ ciepła w ciele stałym *(prawo zachowania energii)*

$$\boxed{\rho c \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x}\left(\lambda_x \frac{\partial T}{\partial x}\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(\lambda_y \frac{\partial T}{\partial y}\right) + \frac{\partial}{\partial z}\left(\lambda_z \frac{\partial T}{\partial z}\right) + q_v(x, y, z, t)}$$

$T(x, y, z, t)$ – funkcja opisująca pole temperatury,

q_v – objętościowe źródło ciepła (W/m3),

$\lambda_x, \lambda_y, \lambda_z$ – ortotropowe współczynniki przewodzenia ciepła (W/mK),

ρ – gęstość ośrodka (kg/m3),

c – ciepło właściwe (J/kg).

Właściwości cieplne wybranych materiałów w temperaturze 20°C (RT)

Material	Thermal expansion coefficient α (1/^{0}C)	Thermal conductivity λ (W/mK)	Specific heat c (J/kgK)	Density ρ (kg/m^3)
Copper	$1{,}7\cdot10^{-5}$	390	400	9000
Aluminium	$2{,}4\cdot10^{-5}$	210	900	2700
Pine wood	$0{,}4–0{,}6\cdot10^{-5}$	0,1–0,5	1300–2700	500–700
Steel 1H13	$1{,}1\cdot10^{-5}$	29	440	7700
Glass	$0{,}05–0{,}09\cdot10^{-5}$	0,7–1,3	600–800	2500
Rubber	$7{,}7\cdot10^{-5}$	0,16	1400	1200

Trzy tryby przekazywania ciepła: przewodzenie, konwekcja, promieniowanie

Przewodzenie:

Przenoszenie energii cieplnej przez ciało stałe lub płyn z powodu gradientu temperatury.
Równanie opisujące to przenoszenie ciepła to prawo Fouriera.
Dla ośrodka izotropowego:

$$\bar{q} = -\lambda \,\mathrm{grad}(T)$$

przewodność cieplna

wektor gęstości strumienia ciepła na jednostkę powierzchni *(strumień ciepła)*

Konwekcyjna wymiana ciepła na granicy ciało stałe - płyn:

Gęstość strumienia ciepła przepływającego przez powierzchnię graniczną jest proporcjonalna do różnicy między temperaturą sąsiadującego płynu T_0 a temperaturą powierzchni T_c :

$$q = \alpha_k(T_0 - T_c)$$

(Prawo Newtona)

współczynnik przejmowania ciepła *(film coefficient).*

Typowe wielkości współczynnika przejmowania ciepła *(W/(m2K))*

Medium (fluid)	***Free convection***	***Forced convection***
gas (air)	5–30	30–500
water	30–300	300–20000
oil	5–100	30–3000
liquid metals	50–500	500–20000

Promieniowanie:

Natężenie emisji promieniowania powierzchni szarej (*Prawo Stefana-Boltzmanna*):

$$e = \varepsilon \sigma_0 T^4 = C T^4$$

emisyjność względna powierzchni szarej ($0 < \varepsilon < 1$)

$$\sigma_0 = 5{,}67 \cdot 10^{-8} \ \mathrm{W/m^2K^4}$$

Wymiana ciepła pomiędzy dwiema równoległymi powierzchniami (A i B):

$$q_{AB} = \varepsilon_{AB} C_o \left[(T_A/100)^4 - (T_B/100)^4 \right]$$ - gęstość strumienia ciepła wymienianego

gdzie: $C_o = 10^8 \sigma_0$, $\varepsilon_{AB} = \dfrac{1}{1/\varepsilon_A + 1/\varepsilon_B - 1}$

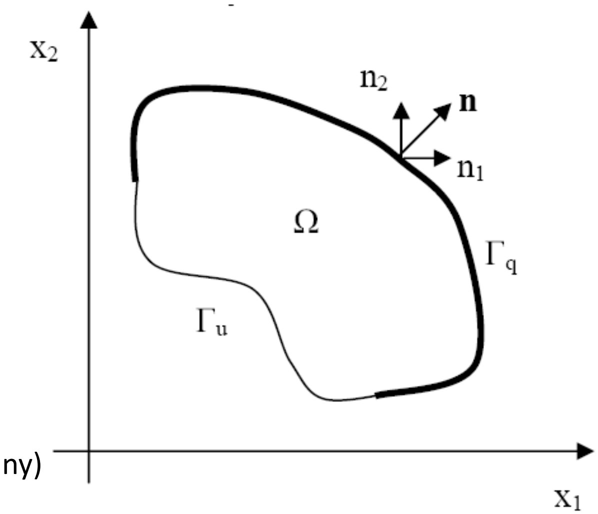
W praktyce obliczeniowej wymiana ciepła przez granicę *(poprzez promieniowanie i konwekcję)* jest zwykle opisywana przez model konwekcji: $q = \alpha_k (T_0 - T_c)$, gdzie α_k jest odpowiednią funkcją temperatury.

W ustalonym stanie wymiany ciepła, przy stałych izotropowych właściwościach materiału, równanie przepływu ciepła sprowadza się do równania Poissona

$$\nabla^2 T + f = 0$$

Przepływ ciepła w 2D - równania Poissona

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x_1^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial x_2^2} + f(x_1, x_2) = 0 \qquad \bar{x} = (x_1, x_2) \in \Omega$$



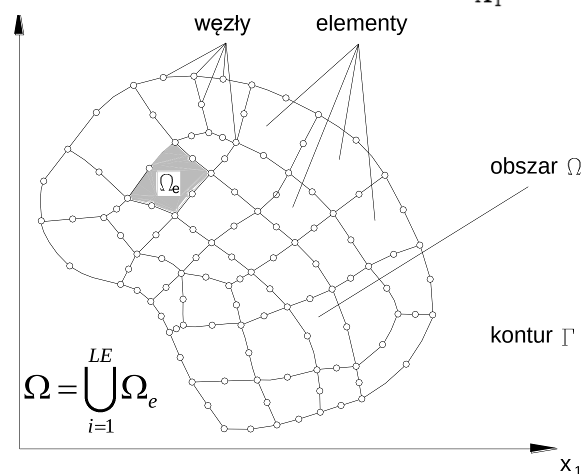
Warunki brzegowe

$T(\bar{x}) = T_0 \quad , \quad \bar{x} \in \Gamma_u$ - Dirichleta na Γu (zadana temperatura)

$q(x) = \frac{\partial T(\bar{x})}{\partial n} = q_0 \; , \quad \bar{x} \in \Gamma_q$ - Neumanna na Γq (zadany strumień cieplny)

Minimalizowany funkcjonał w sformułowaniu MES:

$$I(T) = \frac{1}{2} \int_\Omega \left[\left(\frac{\partial T}{\partial x_1} \right)^2 + \left(\frac{\partial T}{\partial x_2} \right)^2 - 2 f(x_1, x_2) T \right] d\Omega - \int_{\Gamma_q} q_0 u \, d\Gamma,$$



Przybliżamy nieznaną funkcję (temperatury) w obrębie elementu:

$$T(x_1, x_2) = \sum_{i=1}^{LWE} N_i(x_1, x_2) T_i$$

T_i , $i = 1,\dots,LWE$ - temperatury węzłowe,
$N_i(x_1,x_2)$ – funkcje kształtu.
LWE – liczba węzłów w elemencie

Minimalizowany funkcjonał po aproksymacji:

$$\boxed{I(T) \cong \sum_{i=1}^{LE} \frac{1}{2} \int_{\Omega_i} \left[\left(\frac{\partial T}{\partial x_1} \right)^2 + \left(\frac{\partial T}{\partial x_2} \right)^2 - 2 f(x_1, x_2) T \right] d\Omega_i - \sum_{j=1}^{LK} \int_{\Gamma_j} q_0 T d\Gamma_j}$$

LK liczba boków elementów na Γ_q

W obrębie elementu skończonego:

$$\frac{\partial T}{\partial x_1} = \sum_{i=1}^{LWE} \frac{\partial N_i}{\partial x_1} T_i \,,$$
$$\frac{\partial T}{\partial x_2} = \sum_{i=1}^{LWE} \frac{\partial N_i}{\partial x_2} T_i \,.$$

Na koniec minimalizowana funkcja zostaje zastąpiona funkcją pewnej liczby zmiennych T_i

$$I(u) \approx \frac{1}{2} \lfloor T_1, T_2, T_3, \ldots, T_{LW} \rfloor \begin{bmatrix} h_{11} & h_{12} & h_{13} & \ldots & h_{1LW} \\ h_{21} & h_{22} & h_{23} & & \\ h_{31} & h_{32} & & & \\ \ldots & & & & \\ h_{LW1} & & & & h_{LWLW} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} T_1 \\ T_2 \\ T_3 \\ \ldots \\ T_{LW} \end{Bmatrix} - \lfloor T_1, T_2, T_{3,} \ldots, T_{LW} \rfloor \begin{Bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \\ \ldots \\ b_{LW} \end{Bmatrix}$$

$$\boxed{I \approx \frac{1}{2} \lfloor T \rfloor [H] \{T\} - \lfloor T \rfloor \{b\}}$$

Warunki minimalne - konieczne (i wystarczające): $\frac{\partial I}{\partial T_i} = 0 \qquad i = 1, \ldots, LW$

$\Rightarrow$ $\boxed{[H]\{T\} = \{b\}}$ **+ Dirichlet b.c.**

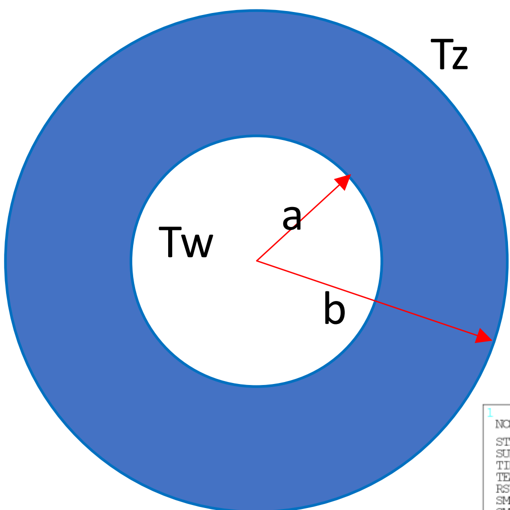
globalna macierz przewodnictwa

globalny wektor obciążenia cieplnego

Przykład 2 Stacjonarny przepływ ciepła w rurze

Stalowa grubościenna rura ma temperaturę wewnętrzną T_w=100°C a temperaturę zewnętrzną T_z=20°C. Promień wewnętrzny rury a=30mm, zewnętrzny b=40mm. Obliczyć rozkład temperatury.

<u>Dane</u>: λ=50W/mK.



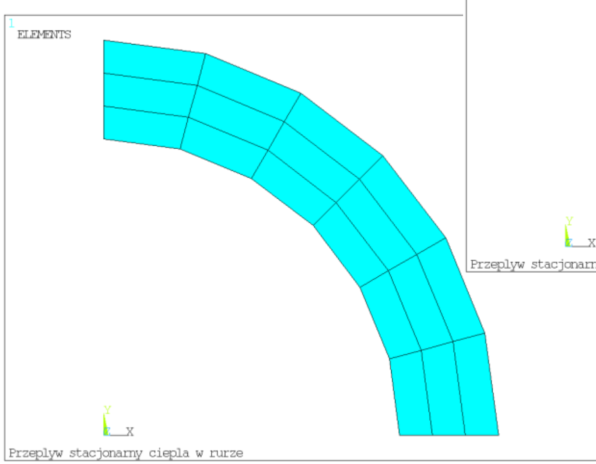
Równanie Laplace'a:

$$\nabla^2 T = 0$$

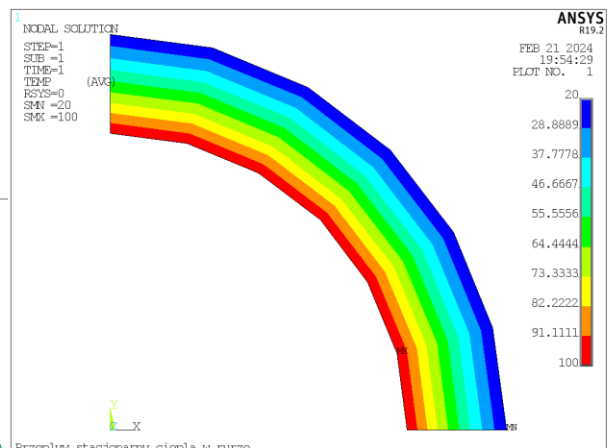
Rozwiązanie analityczne:

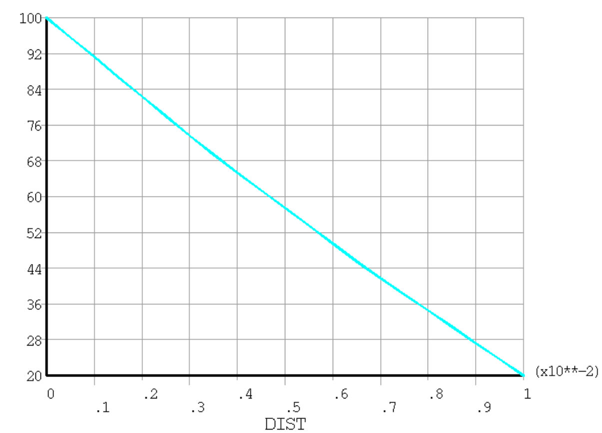
$$\boxed{T(r) = T_w + \frac{T_z - T_w}{\ln\left(\frac{b}{a}\right)} \ln\left(\frac{r}{a}\right)}$$

Model MES:



Rozkład temperatury:





B. ANALIZA NAPRĘŻEŃ CIEPLNYCH – równania MES w przypadku obciążeń mechanicznych i cieplnych

Odkształcenie: $\boxed{\{\varepsilon\} = \{\varepsilon\}_T + \{\varepsilon\}_S}$ $\Rightarrow$ $\{\varepsilon\}_S = \{\varepsilon\} - \{\varepsilon\}_T$

odkształcenie termiczne — odkształcenie sprężyste

$$\{\varepsilon\} = [B]\{q\}_e$$

[B] – macierz odkształceń elementów

$$\varepsilon_T = \begin{Bmatrix} \alpha_x \Delta T \\ \alpha_y \Delta T \\ \alpha_z \Delta T \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix}_T$$

Stosując prawo Hooke'a :

$$\boxed{\{\sigma\} = [D]\{\varepsilon\}_S} = [D](\{\varepsilon\} - \{\varepsilon\}_T) = [D]([B]\{q\}_e - \{\varepsilon\}_T) \quad (*)$$

[D] – macierz konstytutywna
(macierz sztywności materiału)

Równania MES wyprowadzone z zasady pracy wirtualnej - uwzględniające odkształcenia termiczne:

$\{\delta q\}_e$ - wektor wirtualnych przemieszczeń węzłowych elementu

$\{\delta\varepsilon\} = [B]\{\delta q\}_e$ - wektor wirtualnych odkształceń w elemencie

Zasada pracy wirtualnej dla elementu:

$$\lfloor \delta q \rfloor_e \{F\}_e = \int_{\Omega_e} \lfloor \delta\varepsilon \rfloor \{\sigma\} \, d\Omega_e$$

$$\lfloor \delta q \rfloor_e \{F\}_e - \lfloor \delta q \rfloor_e \int_{\Omega_e} [B]^T \{\sigma\} \, d\Omega_e = 0,$$

$$\lfloor \delta q \rfloor_e \left(\{F\}_e - \int_{\Omega_e} [B]^T \{\sigma\} \, d\Omega_e \right) = 0.$$

$$\Rightarrow \quad \{F\}_e - \int_{\Omega_e} [B]^T \{\sigma\} \, d\Omega_e = 0$$

Stosując prawo Hooke'a (*) otrzymujemy:

$$\boxed{[k]_e \{q\}_e = \{F\}_e + \{F_T\}_e}$$

$$[k]_e = \int_{\Omega_e} [B]^T [D][B] \, d\Omega_e$$

macierz sztywności elementów

$$\boxed{\{F_T\}_e = \int_{\Omega_e} [B]^T [D] \{\varepsilon\}_T \, d\Omega_e}$$

dodatkowy wektor sił węzłowych
(siły węzłowe wywołane temperaturą)

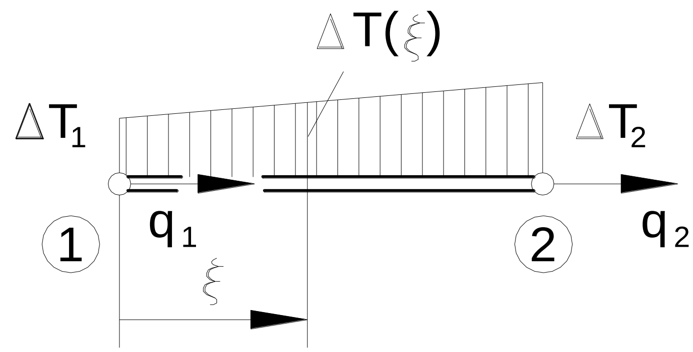
$$[K]\{q\} = \{F\} + \{F_T\}$$

- Zestaw równań MES dla modelu

Naprężenia cieplne w elementach prętowych

Podstawowe relacje dla 2-węzłowego elementu prętowego

$$u(\xi) = \lfloor N_1, N_2 \rfloor \begin{Bmatrix} q_1 \\ q_2 \end{Bmatrix}_e , \qquad \text{funkcje kształtu: } \begin{cases} N_1(\xi) = 1 - \dfrac{\xi}{l_e}, \\ N_2(\xi) = \dfrac{\xi}{l_e}. \end{cases}$$



$$\varepsilon(\xi) = \frac{du}{d\xi} = \lfloor N_1', N_2' \rfloor \begin{Bmatrix} q_1 \\ q_2 \end{Bmatrix}_e ,$$

$$\sigma(\xi) = E\left(\varepsilon(\xi) - \varepsilon_T\right)$$

$$\Delta T(\xi) = \lfloor N_1(\xi), N_2(\xi) \rfloor \begin{Bmatrix} \Delta T_1 \\ \Delta T_2 \end{Bmatrix}$$

$$[D] = E$$

$$\boxed{\{F_T\}_e = \int_{\Omega_e} [B]^T [D] \{\varepsilon\}_T \, d\Omega_e}$$

$$[B]^T = \lfloor N_1', N_2' \rfloor^T = \begin{Bmatrix} N' \\ N_2' \end{Bmatrix} \qquad \{\varepsilon\}_T = \varepsilon_T = \alpha \Delta T(\xi) = \alpha \lfloor N_1, N_2 \rfloor \begin{Bmatrix} \Delta T_1 \\ \Delta T_2 \end{Bmatrix}$$

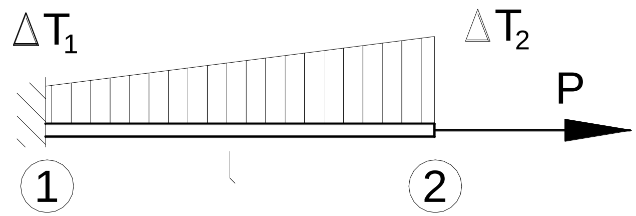
Wektor sił cieplnych węzłowych:

$$\{F_T\}_e = \int_{\Omega_e} [B]^T [D] \{\varepsilon\}_T \, d\Omega_e = \int_{\Omega_e} \begin{Bmatrix} N_1' \\ N_2' \end{Bmatrix} \cdot \alpha \cdot E \lfloor N_1, N_2 \rfloor d\Omega_e \begin{Bmatrix} \Delta T_1 \\ \Delta T_2 \end{Bmatrix} =$$

$$= \alpha E A \int_0^{l_e} \begin{bmatrix} N_1' N_1 & N_1' N_2 \\ N_2' N_1 & N_2' N_2 \end{bmatrix} d\xi \begin{Bmatrix} \Delta T_1 \\ \Delta T_2 \end{Bmatrix} = \alpha E A \begin{bmatrix} -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Delta T_1 \\ \Delta T_2 \end{Bmatrix}, \quad \Rightarrow \quad \{F_T\}_e = \frac{\Delta T_1 + \Delta T_2}{2} \alpha E A \begin{Bmatrix} -1 \\ 1 \end{Bmatrix}$$

PRZYKŁAD 3 Znajdź wydłużenie pręta obciążonego siłą **P** i rozkładem temperatury **T**

$$[k]_e\{q\}_e=\{F\}_e+\{F_T\}_e$$

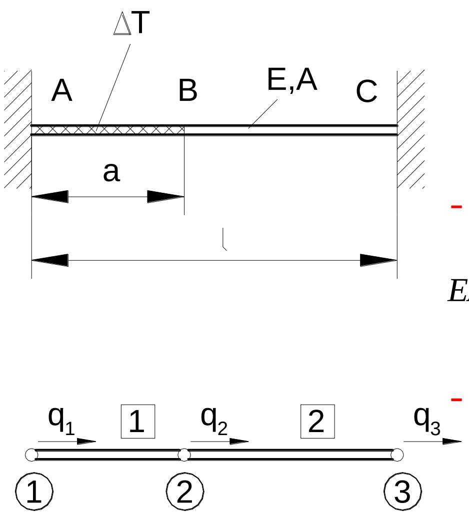


$$\frac{EA}{l}\begin{bmatrix}1 & -1\\ -1 & 1\end{bmatrix}\begin{Bmatrix}q_1\\ q_2\end{Bmatrix}=\begin{Bmatrix}F_1\\ P\end{Bmatrix}+\frac{\Delta T_1+\Delta T_2}{2}\begin{Bmatrix}-1\\ 1\end{Bmatrix}\cdot\alpha EA$$

$$q_1=0$$

$$\frac{EA}{l}\cdot q_2=P+\frac{\Delta T_1+\Delta T_2}{2}\alpha EA \quad\Rightarrow\quad \boxed{q_2=\frac{Pl}{EA}+\frac{\Delta T_1+\Delta T_2}{2}\alpha l}$$

PRZYKŁAD 4 Znajdź naprężenia w pręcie utwierdzonym obustronnie i ogrzewanym w części AB



$$q_1=0\,,q_3=0$$

$$EA\begin{bmatrix}\frac{1}{l_1} & -\frac{1}{l_1} & 0\\ -\frac{1}{l_1} & \frac{1}{l_1}+\frac{1}{l_2} & -\frac{1}{l_2}\\ 0 & -\frac{1}{l_2} & \frac{1}{l_2}\end{bmatrix}\begin{Bmatrix}q_1\\ q_2\\ q_3\end{Bmatrix}=\begin{Bmatrix}F_1\\ \alpha EA\Delta T\\ F_3\end{Bmatrix}$$

$$EA\left(\frac{l_1+l_2}{l_1 l_2}\right)q_2=\alpha EA\Delta T \quad\Rightarrow\quad \boxed{q_2=\alpha\Delta T\frac{l_1 l_2}{l_1+l_2}=\alpha\Delta T\frac{a(l-a)}{l}}$$

<u>Element 1</u> :

$$\varepsilon_1=\lfloor N_1',N_2'\rfloor\begin{Bmatrix}q_1\\ q_2\end{Bmatrix}=\left\lfloor -\frac{1}{a},\frac{1}{a}\right\rfloor\begin{Bmatrix}0\\ q_2\end{Bmatrix}=\frac{q_2}{a}=\alpha\Delta T\frac{l-a}{l}$$

$$\sigma_1=E(\varepsilon_1-\alpha\Delta T)=-\alpha\Delta TE\frac{a}{l}$$

<u>Element 2</u> :

$$\varepsilon_2=\lfloor N_1',N_2'\rfloor\begin{Bmatrix}q_2\\ q_3\end{Bmatrix}=\left\lfloor\frac{-1}{l-a},\frac{1}{l-a}\right\rfloor\begin{Bmatrix}q_2\\ 0\end{Bmatrix}=\frac{-q_2}{l-a}=-\alpha\Delta T\frac{a}{l}$$

$$\sigma_2=E(\varepsilon_2-0)=-\alpha\Delta TE\frac{a}{l}$$

Sieczny współczynnik rozszerzalności cieplnej $\alpha_{se}(T)$

(Secant coefficient of thermal expansion)

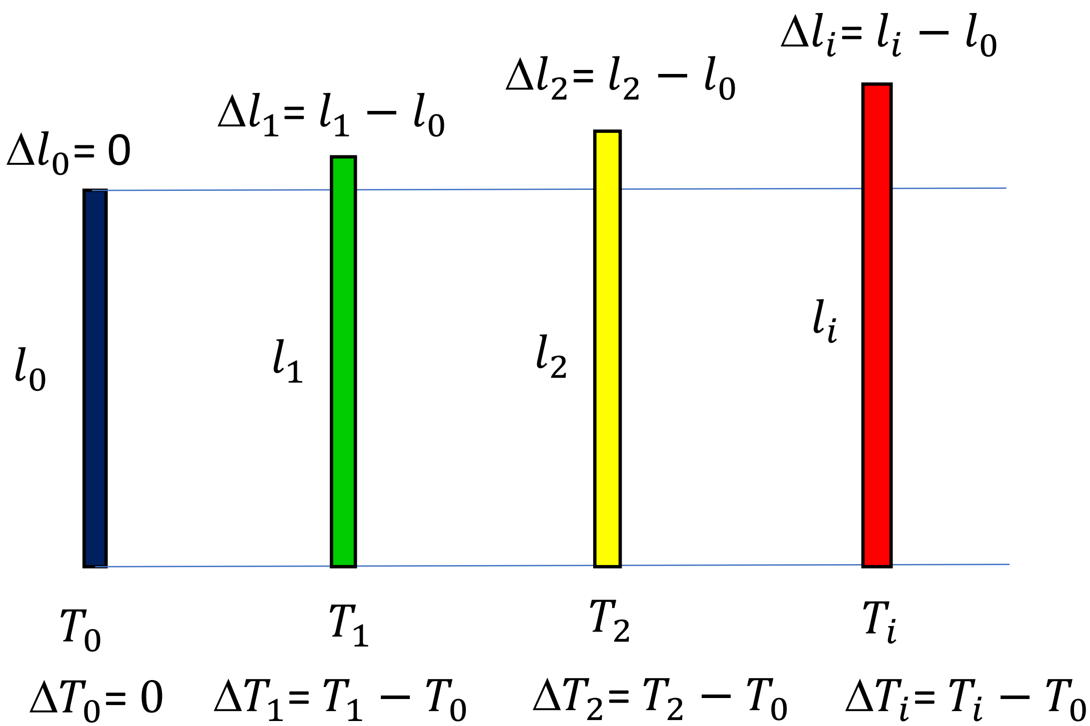
Odkształcenie termiczne: $\varepsilon_T = \dfrac{\Delta l}{l} = \alpha_{se} \cdot \Delta T$

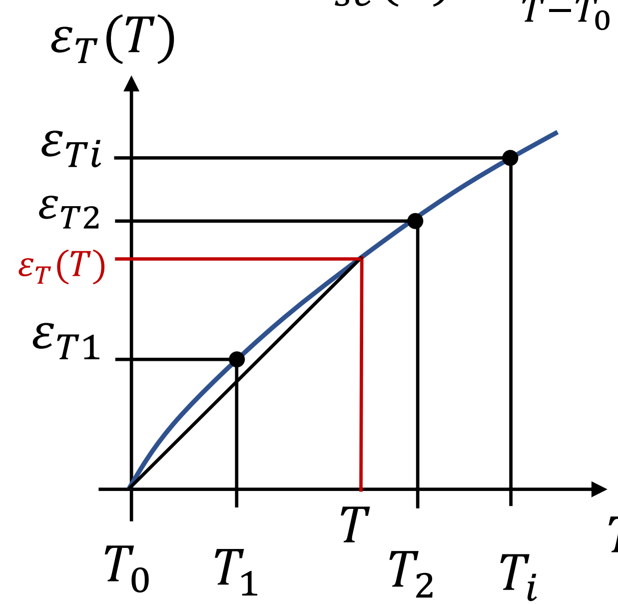
secant coefficient of thermal expansion

$$\varepsilon_{Ti} = \frac{\Delta l_i}{l_0}$$

$$\alpha_{se}(T_i) = \frac{\varepsilon_{Ti}}{\Delta T_i} = \frac{\Delta l_i}{l_0 \Delta T_i}$$

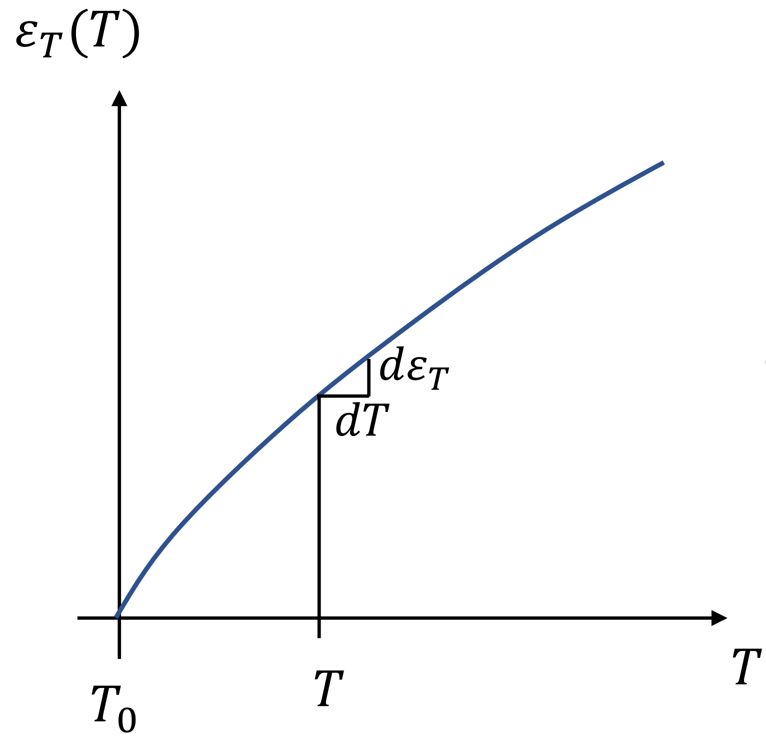
$$\alpha_{se}(T) = \frac{\varepsilon_T(T)}{T - T_0}$$





Chwilowy współczynnik rozszerzalności termicznej $\alpha_{ins}(T)$

(Instantinous coefficient of thermal expansion)



$$\alpha_{ins}(T) = \frac{d\varepsilon_T}{dT}$$

Współczynnik rozszerzalności cieplnej

T_0 - temperatura, w której $\varepsilon_T = 0$ - w teście

T_{REF} - temperatura, w której $\varepsilon_T = 0$ - dla warunków pracy

dla $T_{REF} = T_0$:

$$\alpha_{se}(T) = \frac{1}{(T - T_0)} \int_{T_0}^{T} \alpha_{ins}(\overline{T})\, d\overline{T}$$

$$\varepsilon_T(T) = \alpha_{se}(T) \cdot (T - T_0)$$

jeśli $T_{REF} \neq T_0$, współczynnik sieczny $\alpha_{se}(T)$ jest przeliczany

Przykłady elementów termicznych w programie ANSYS

Thermal Mass
Link
Solid
Shell

Quad 4node 55
8node 77
Triangl 6node 35
Axi-har 4node 75
8node 78
Brick 8node 278
20node 279
8node 70
20node 90

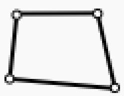
Thermal Mass
Link
Solid
Shell

3D conduction 33
convection 34
radiation 31

PLANE55

2-D 4-Node Thermal Solid

4 nodes 2-D space

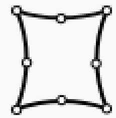


DOF: TEMP

PLANE77

2-D 8-Node Thermal Solid

8 nodes 2-D space



DOF: TEMP

LINK33

Thermal 3-D Conduction Bar

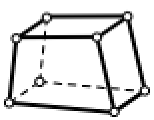
2 nodes 3-D space

DOF: TEMP

SOLID70

3-D Thermal Solid

8 nodes 3-D space

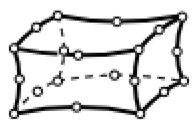


DOF: TEMP

SOLID90

3-D 20-Node Thermal Solid

20 nodes 3-D space



DOF: TEMP

LINK34

Convection Link

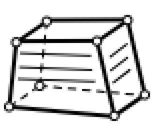
2 nodes 3-D space

DOF: TEMP

SOLID278

3-D 8-Node Thermal Solid

8 nodes 3-D space

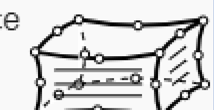


DOF: TEMP

SOLID279

3-D 20-Node Thermal Solid

20 nodes 3-D space



DOF: TEMP

LINK31

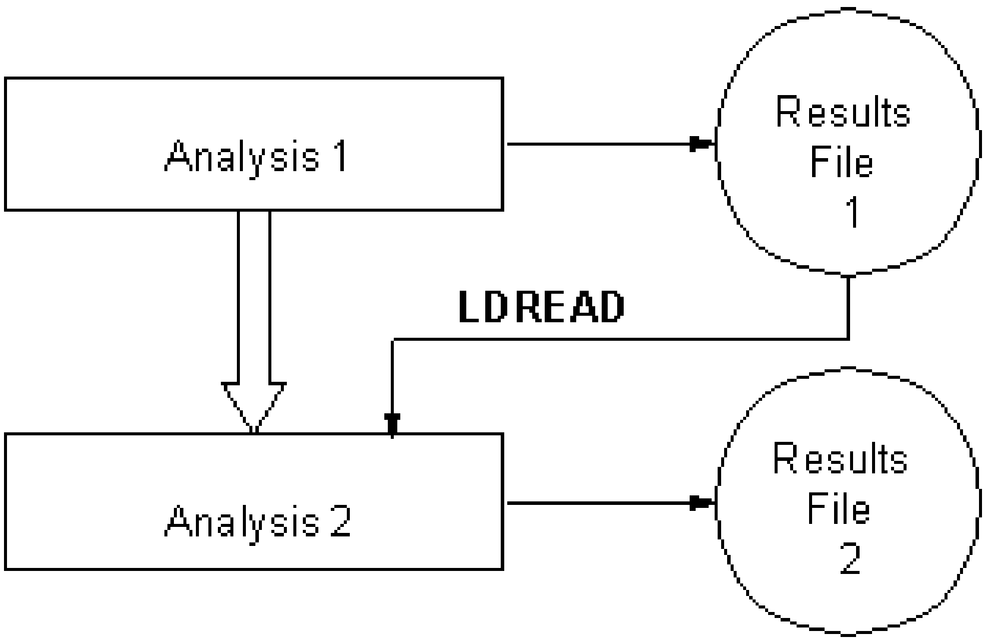
Radiation Link

2 nodes 3-D space

DOF: TEMP

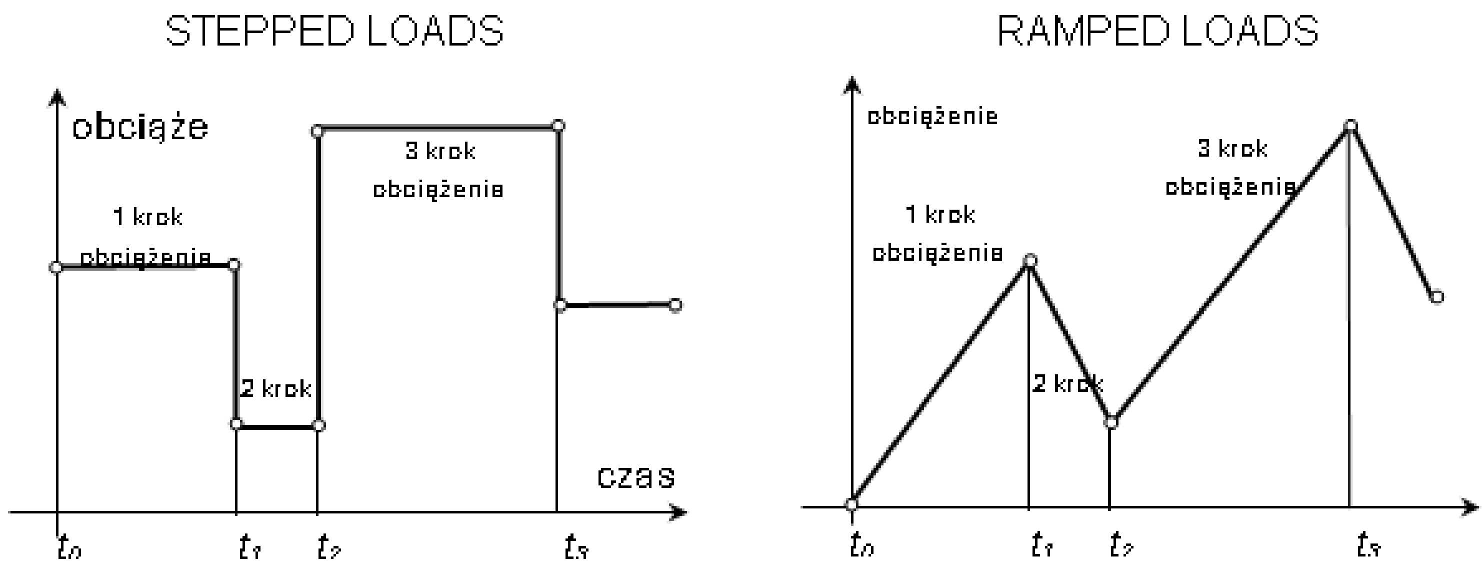
Przebieg analizy termo- strukturalnej w programie ANSYS

Naprężenia cieplne są zazwyczaj analizowane przy użyciu metody sekwencyjnej.
Metoda sekwencyjna obejmuje dwie lub więcej analiz sekwencyjnych, z których każda należy do innego pola. Łączymy dwa pola, stosując wyniki z pierwszej analizy jako obciążenia dla drugiej analizy.
W przypadku analizy naprężeń cieplnych temperatury węzłowe z analizy cieplnej (*Result File 1*) są stosowane jako obciążenia termiczne w kolejnej analizie naprężeń.
Ansys umożliwia również użycie metody bezpośredniej, która obejmuje tylko jedną analizę, która wykorzystuje typ elementu pola sprzężonego zawierający wszystkie niezbędne stopnie swobody.



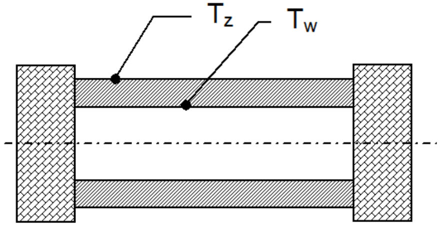
Sposoby wprowadzania obciążeń w programie ANSYS

W przypadku analizy nieustalonego przepływu ciepła należy we właściwy sposób uwzględnić zmiany warunków brzegowych, traktowanych jako obciążenia (rys. 6.5.2). Warunki brzegowe mogą być przykładane gwałtownie (*stepped loads*) albo płynnie (*ramped loads*). W przypadku złożonych procesów przebieg zmian warunków brzegowych przedstawiamy jako sekwencję kolejnych kroków obciążenia (*load steps*).



Historia obciążeń w przypadku skokowych (a) i stopniowych (b) zmian oddziaływań zewnętrznych

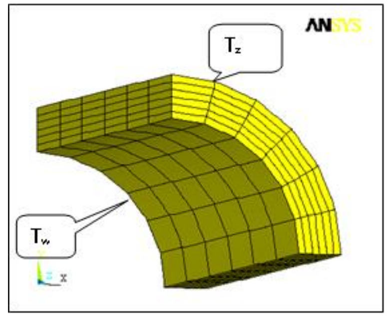
Przykład 5a - naprężenia cieplne w ustalonym przepływie ciepła



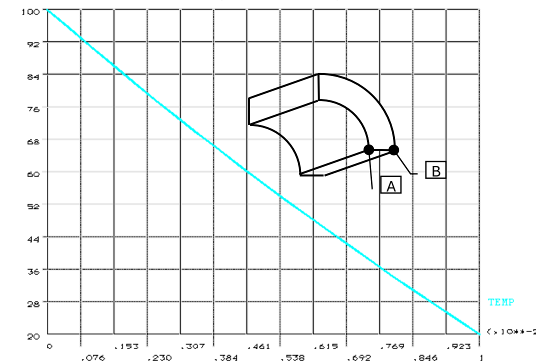
W stalowej grubej rurze mamy temperaturę wewnętrzną **T_w=100°C** i temperaturę zewnętrzną **T_z=20°C**. Promień wewnętrzny to **a=30mm**, a zewnętrzny **b=40mm**. Wyznaczyć rozkład temperatury, naprężenia von Misesa i składowe stanu naprężenia w cylindrycznym układzie współrzędnych.

E=2e11 Pa, **ν=0.3**, **α_t=1.2e-5** 1/K, **λ =50** W/mK.

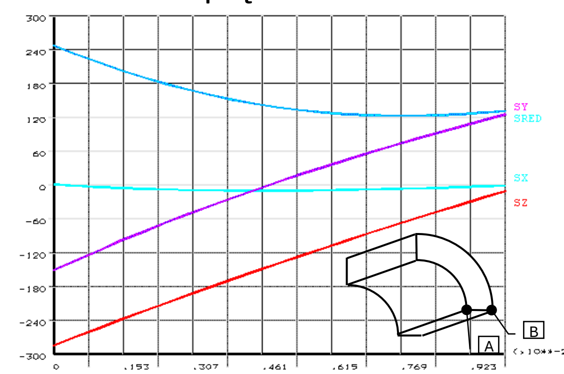
Rozważmy rurę związaną w kierunku osiowym na obu końcach.

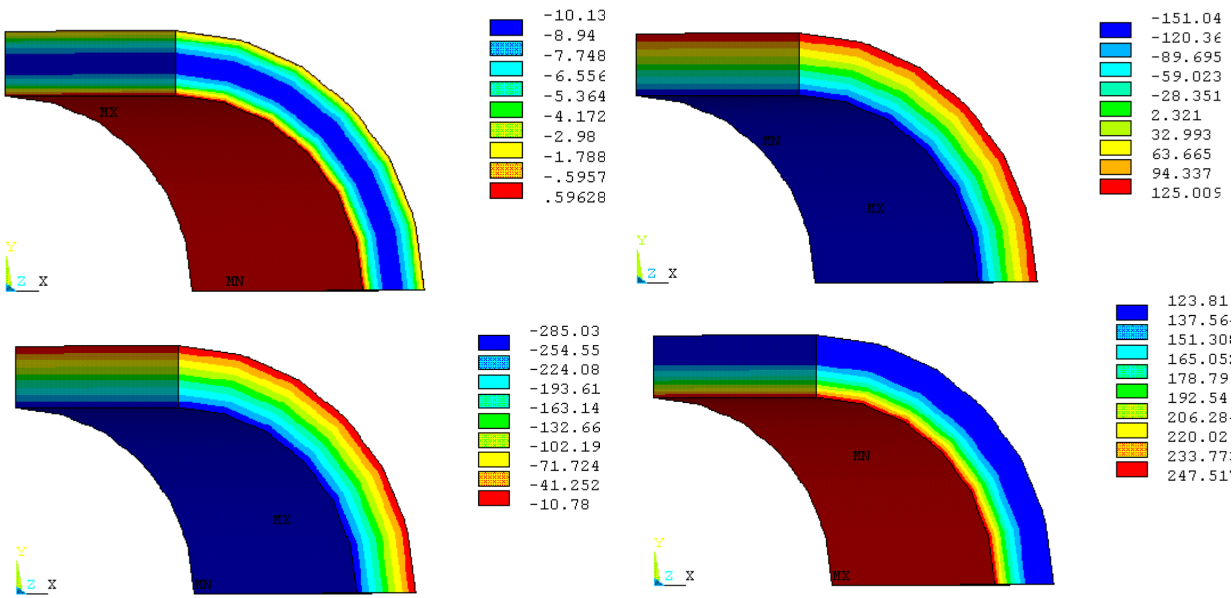


Rozkład temperatury na ścieżce AB



Rozkład naprężeń na ścieżce AB





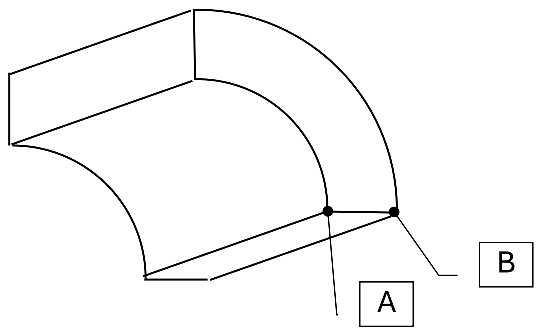
Rozkład naprężeń promieniowych (Sx), obwodowych (Sy), osiowych (Sz) i von Misesa (Sred)

Przykład 5b – modyfikacje zadania

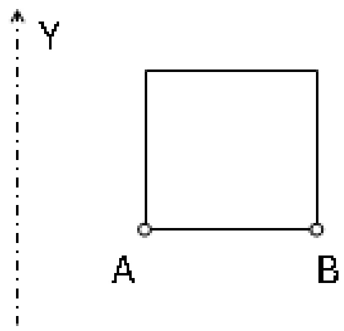
Zad 1. Rozwiąż problem **modelem 3D**.
Zad 2. Powtórz analizę z wykorzystaniem **modelu osiowo-symetrycznego 2D**.
Zad 3. Powtórz analizę z wykorzystaniem **modelu 2D płaskiego stanu odkształcenia (PSO).**

Zad 4. Powtórz obliczenia z wykorzystaniem **modelu z innymi warunkami brzegowymi**:
powierzchnia wewnętrzna: temp. otoczenia 100C, współczynnik wymiany 500 W/(m2K)
powierzchnia zewnętrzna: temp. otoczenia 20C, współczynnik wymiany 10 W/(m2K).

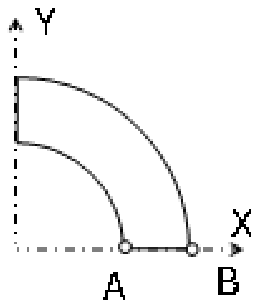
UWAGA na wybór jednostek: SI (N, m, s, W, kg) lub mod_SI (N, mm, s, mW, t)



Zad.1



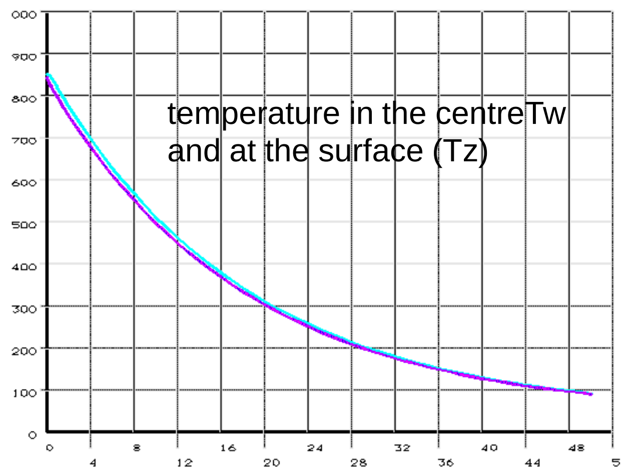
Zad.2

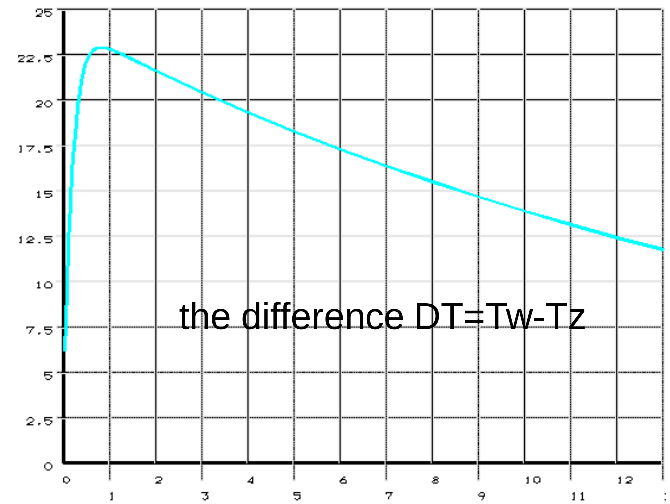


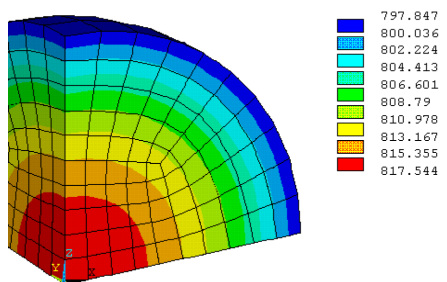
Zad.3

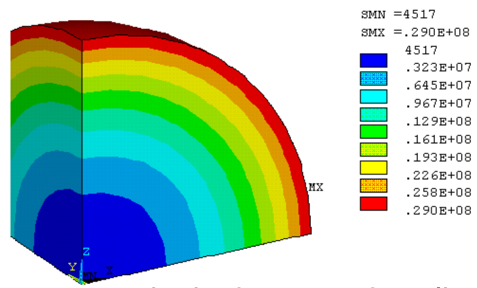
Przykład 6a - naprężenia cieplne w przepływie ciepła nieustalonego (model 3D)

Kulka stalowa o średnicy d=12mm i temperaturze T1=850°C, hartuje się w oleju o To=40°C i α_k =400W/(m2K).
Jak długo kulka powinna pozostawać w kąpieli olejowej, aby uzyskać temperaturę T2=100°C w jej środku?
Jakie jest maksymalne naprężenie von Misesa w trakcie procesu?

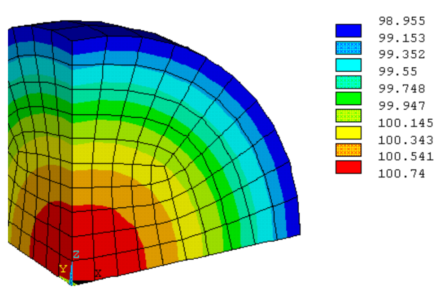


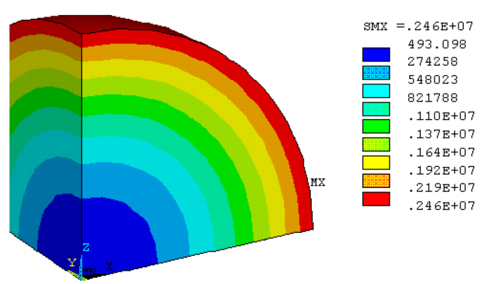






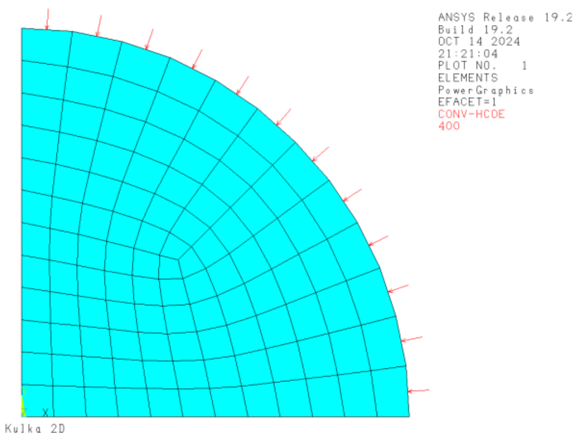
Temperature distribution (°C) and von Mises stress (Pa) after 1 s of cooling



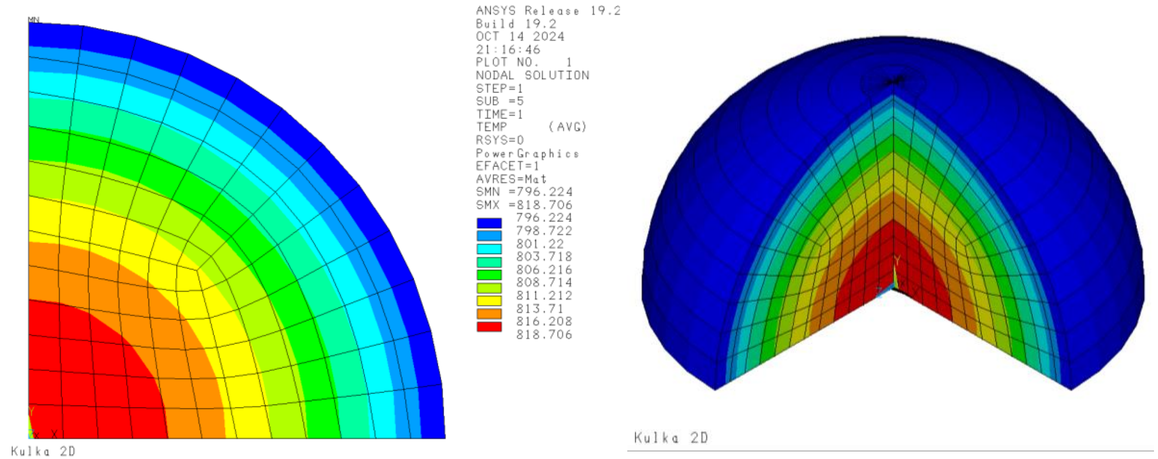


Temperature distribution (°C) and von Mises stress (Pa) after 46 seconds of cooling

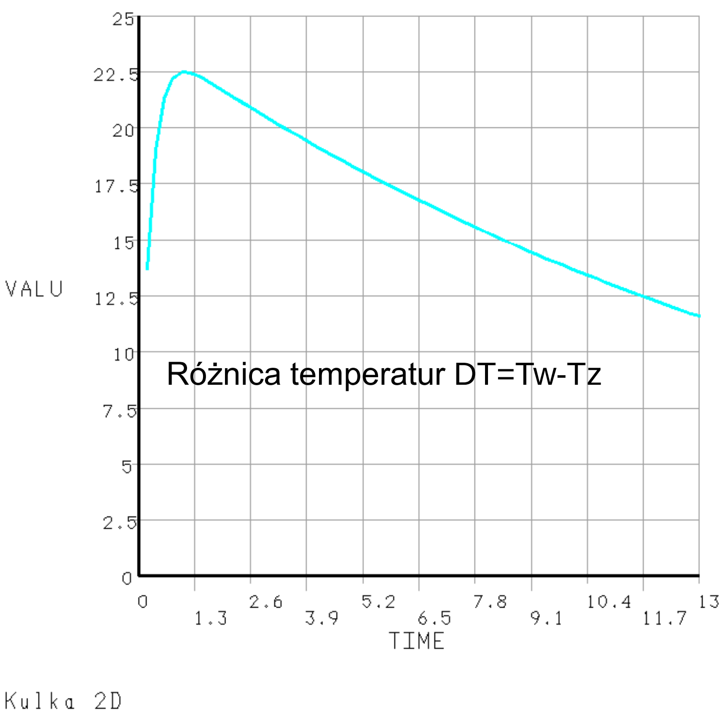
Przykład 6b - naprężenia cieplne w przepływie ciepła nieustalonego (model 2D – osiowa sym.)



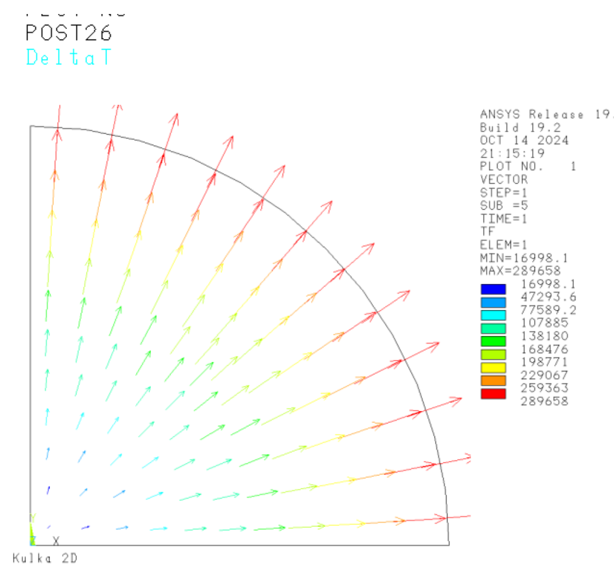
Współczynnik przejmowania ciepła
na powierzchni zewnętrznej



Rozkład temperatury (°C) po 1 s chłodzenia



Różnica temperatur DT=Tw-Tz

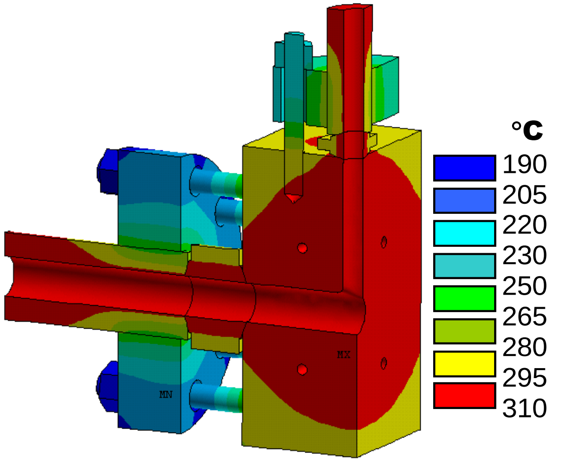


Strumień ciepła(°C) po 1 s chłodzenia

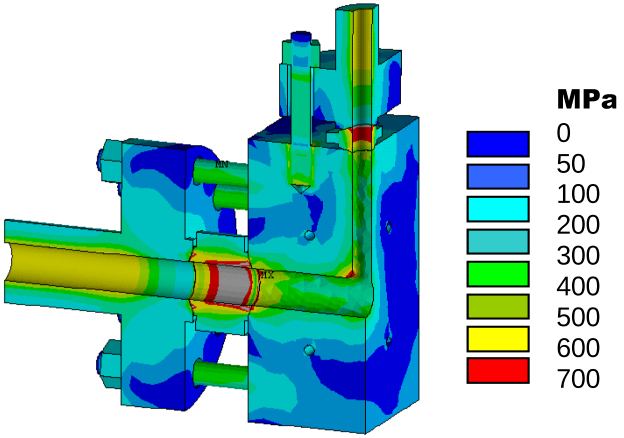
PRZYKŁAD PROBLEMÓW INŻYNIERYJNYCH NAPRĘŻEŃ CIEPLNYCH

FE analysis of a high-pressure T-connection (1995)

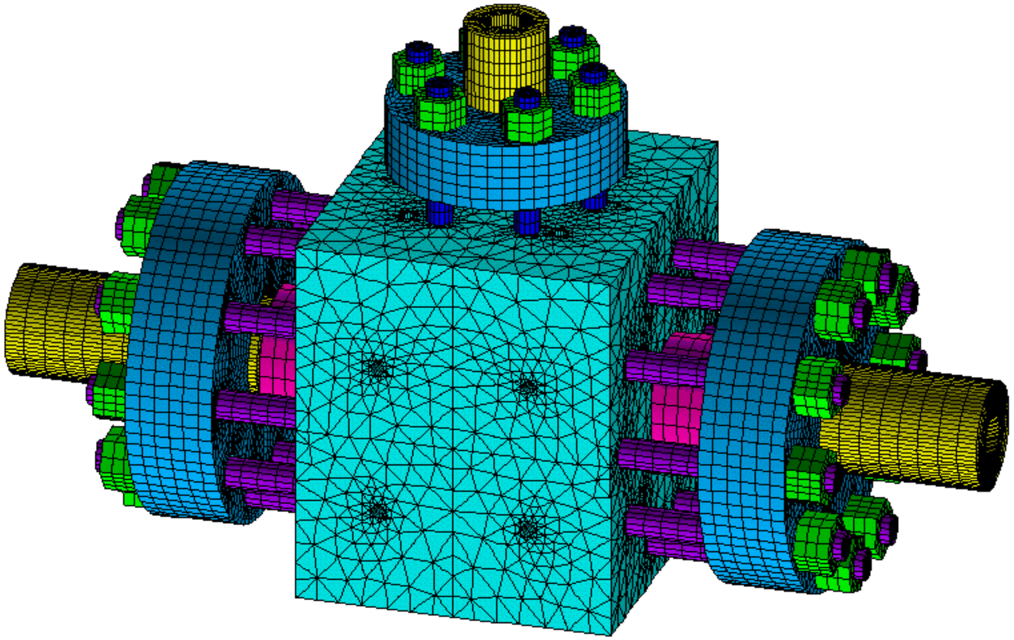
The aim of the analysis was to find out stress and strain distribution in a T-connection caused by high internal pressure (2600 at) and temperature gradients. External cooling, assembly procedure (screw pretension), contact and plasticity effects have been included.
The project done for ORLEN petrochemical company.



Temperature distribution



Von Mises stress



FE model

Analiza MES lokalnych spiętrzeń naprężeń wywołanych uderzeniowymi obciążeń cieplnych

Opis analizy:

· Głównym celem analizy było znalezienie koncentracji naprężeń blisko karbów podczas procesu nagrzewania-chłodzenia.

· Temperaturę przyłożoną do górnej powierzchni, T(t), pobrano z eksperymentów.

Analizę przeprowadzono dla trzech promieni karbów R (R = 0.5, 1.0, 2.0 mm).

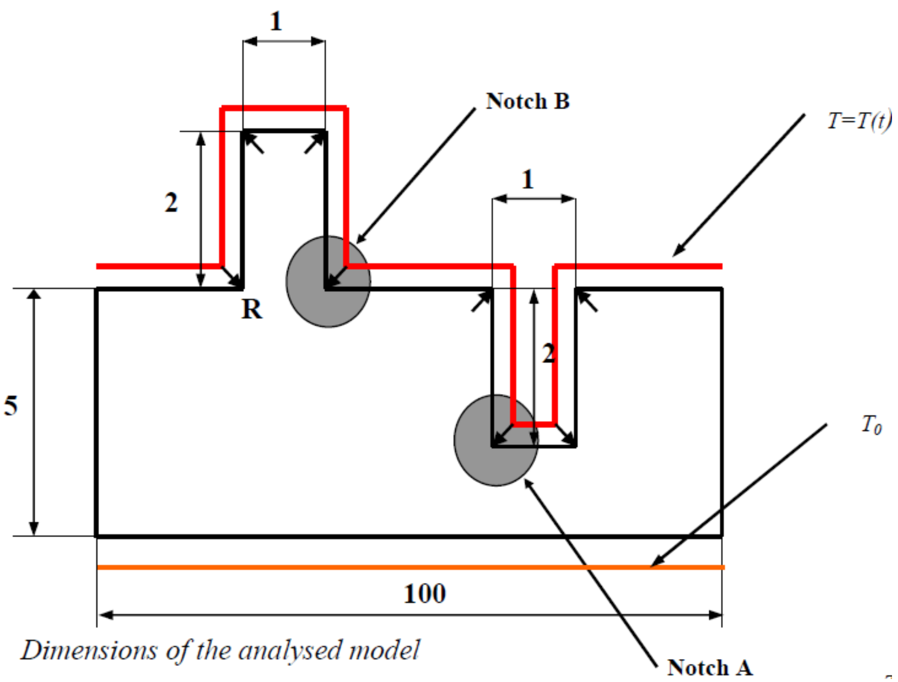
Warunki początkowe i brzegowe:

· Temperatura dolnej powierzchni (linia w modelu 2D) T = T(t0) jest stała w trakcie procesu.

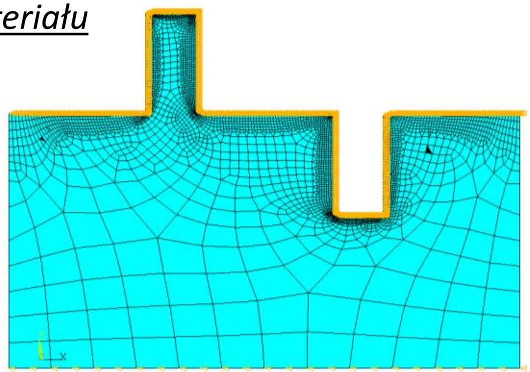
· Temperatura odniesienia dla analizy strukturalnej TREF = T(t0).

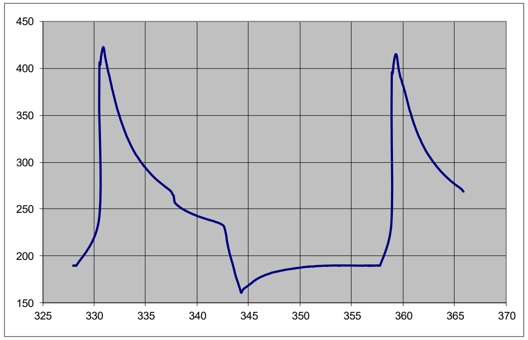
Właściwości materiału są funkcjami temperatury. Brak naprężenia początkowego.

Płaski stan odkształcenia, Analiza nieustalona, Spr.-plast. zachowanie materiału



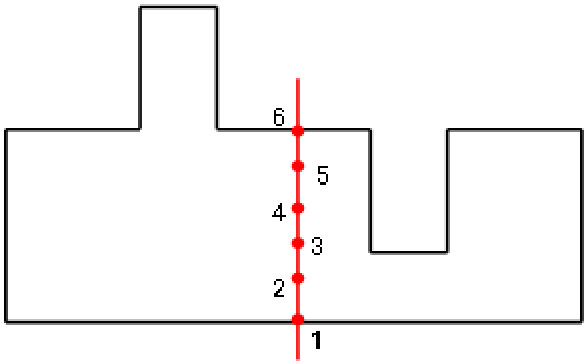
Dimensions of the analysed model



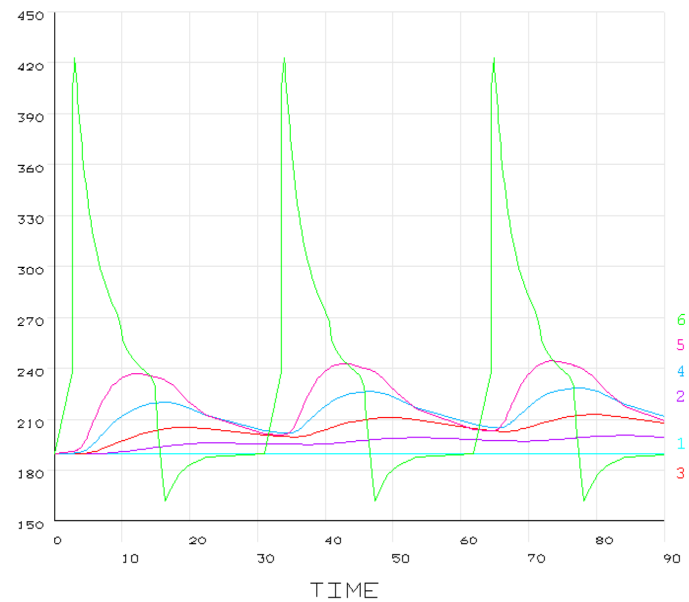


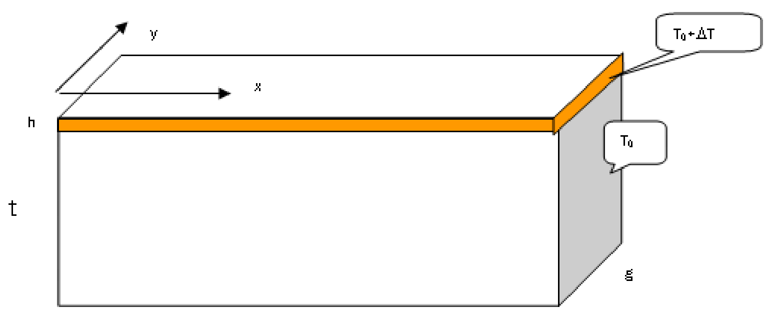
Temperatura jako funkcja czasu na powierzchni matrycy

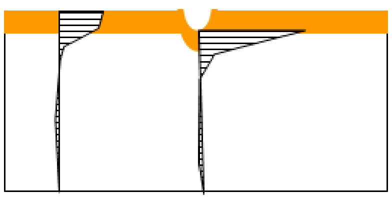
Analiza MES lokalnych spiętrzeń naprężeń wywołanych obciążeniami cieplnymi uderzeniowymi



Temperatury w punktach od 1 do 6 w trakcie procesu





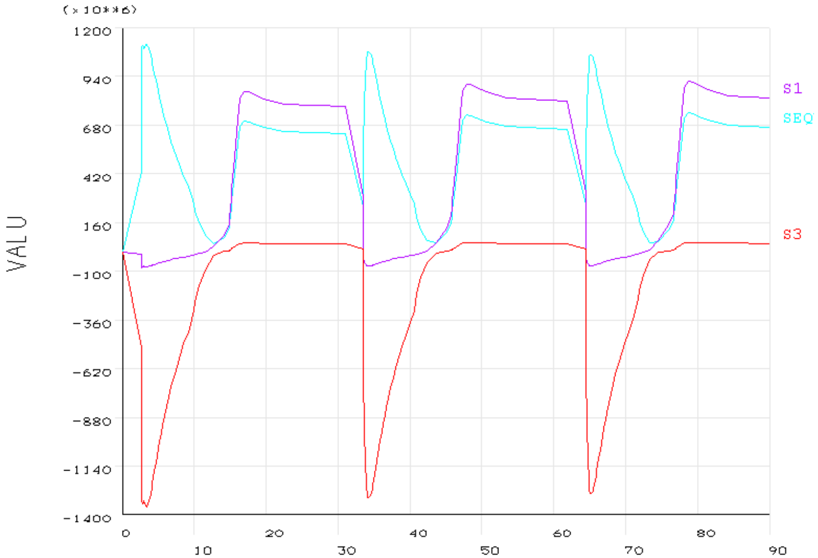


Model ciała z cienką warstwą poddaną nagrzewaniu – proste rozważania analityczne Przyjmując h<< t w nagrzanej warstwie:

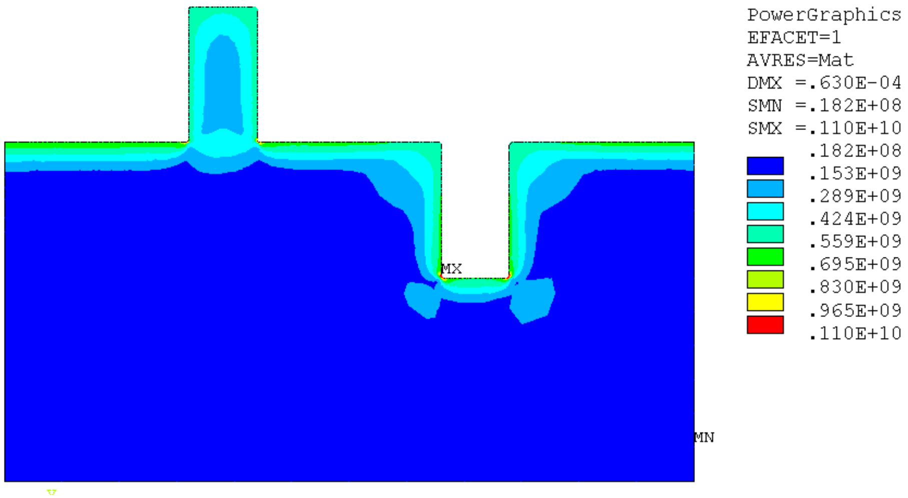
$$\varepsilon_x = 0, \qquad \varepsilon_y = 0,$$

$$\sigma_x = \sigma_y = \frac{-1}{1-v} E\alpha\Delta T, \qquad \sigma_z = 0.$$

Dla $\Delta T \cong 200C$ mamy wynik $\sigma_x = \sigma_y = 685MPa$ $\quad \bar{q} = -\lambda \operatorname{grad}(T)$ $\quad q = \alpha_k (T_b - T_s)$



Von Mises (SEQV) i naprężenia główne w karbie A.
Promień karbu R=0,5 mm

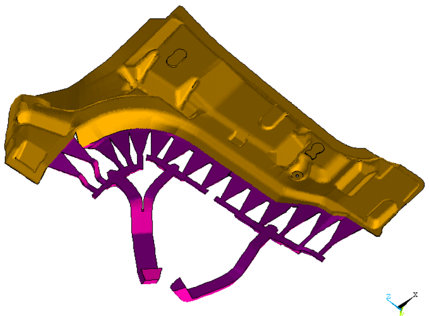


Rozkład naprężeń von Misesa w czasie tx.
Promień karbu R=0,5 mm

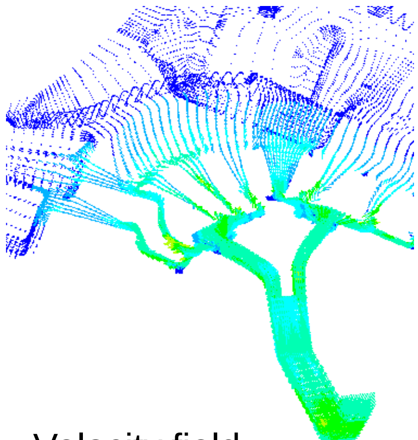
Analiza MES deformacji elementów cienkościennych podczas formowania wtryskowego aluminium

FE analysis of thin-walled elements' deformation during aluminium injection moulding (1998)

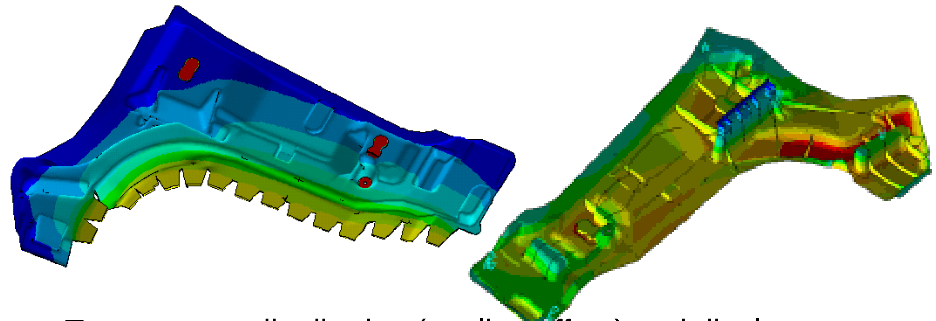
Numerical simulations have been performed to model the process of filling the mould by hot aluminium alloy. The analysis has enabled improvements of the element stiffness diminishing geometrical changes caused by the process. Fluid flow simulation with transient thermal analysis including phase change have been performed, followed by the structural elasto-plastic calculation of residual effects. ***The project performed for Alusuisse Technological Center, Sierre, Switzerland***



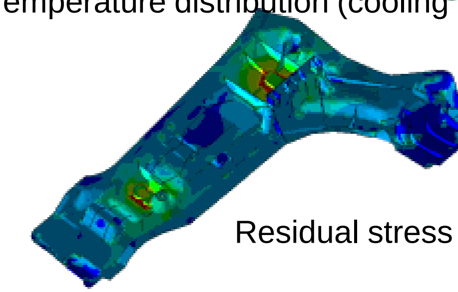
FE model



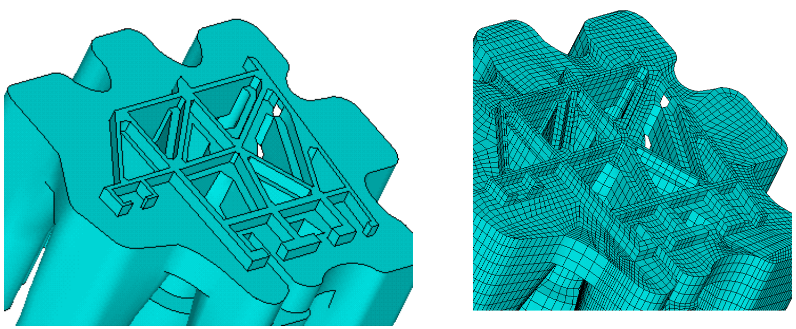
Velocity field during injection



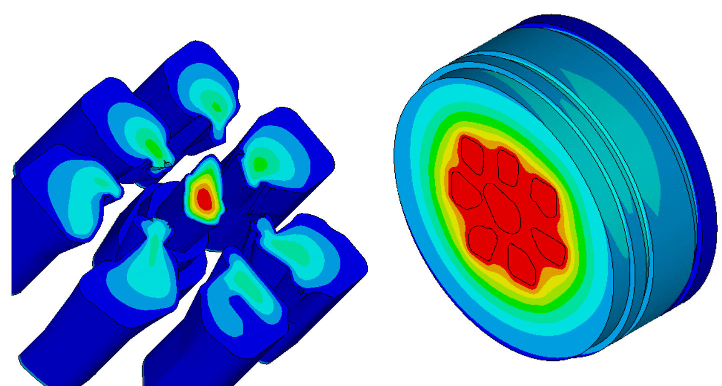
Temperature distribution (cooling effect) and displacements



Residual stress distribution



FE model of the die



Velocity and temperature distribution

Przykład elementu 3-D 20-Node Coupled-Field Solid w programie ANSYS

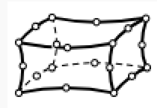
SOLID226 Element Description

SOLID226 supports the following physics combinations:

- Structural-Thermal
- Piezoresistive
- Electrostatic-Structural
- Piezoelectric
- Thermal-Electric
- Structural-Thermoelectric
- Thermal-Piezoelectric
- Structural-Magnetic
- Structural-Electromagnetic
- Structural-Stranded Coil
- Thermal-Magnetic
- Thermal-Electromagnetic
- Structural-Diffusion
- Thermal-Diffusion
- Electric-Diffusion
- Thermal-Electric-Diffusion
- Structural-Thermal-Diffusion

SOLID227

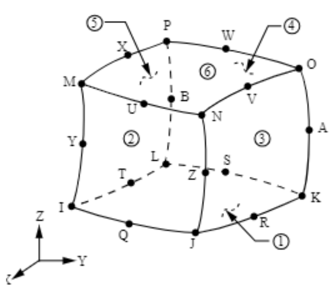
3-D 10-Node Coupled-Field Solid



10 nodes 3-D space

DOF: UX, UY, UZ, TEMP, VOLT, EMF, AZ, CONC

SOLID226 Geometry



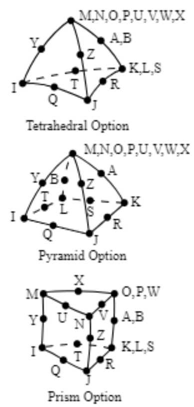


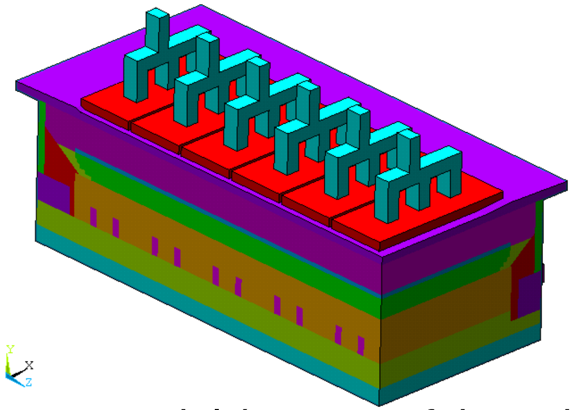
Table 226.1: SOLID226 Field Keys

Field	Field Key	DOF Label	Force Label	Reaction Solution
Structural	1	UX, UY, UZ	FX, FY, FZ	Force
Thermal	10	TEMP	HEAT	Heat Flow
Electric Conduction	100	VOLT	AMPS	Electric Current
Electromagnetic Induction	200	EMF	CURT	Current
Electrostatic	1000	VOLT	CHRG	Electric Charge
Magnetic	10000	AZ	CSGZ	Magnetic Current Segment
Diffusion	100000	CONC	RATE	Diffusion Flow Rate

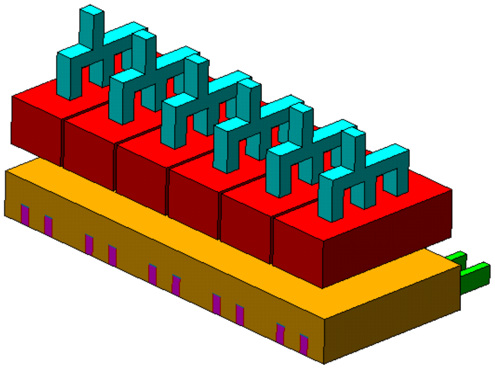
Thermo-electrical analysis of aluminium reduction cells (2001)

The analyses are performed to find temperature field and electrical potential distribution inside the reductant cell used in the process of aluminium production. ***The project done for Alusuisse Technological Center, Sierre, Switzerland.***

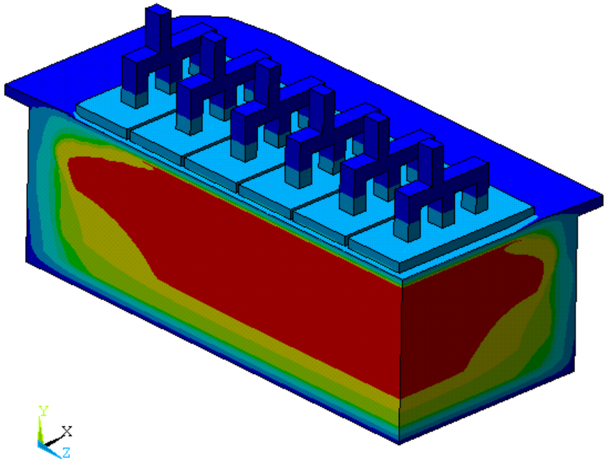
The influence of geometry, material properties and boundary conditions on the phenomena that take place in the bath and liquid aluminium is investigated. The analysis enabled to correct the design and to improve efficiency of the processes.



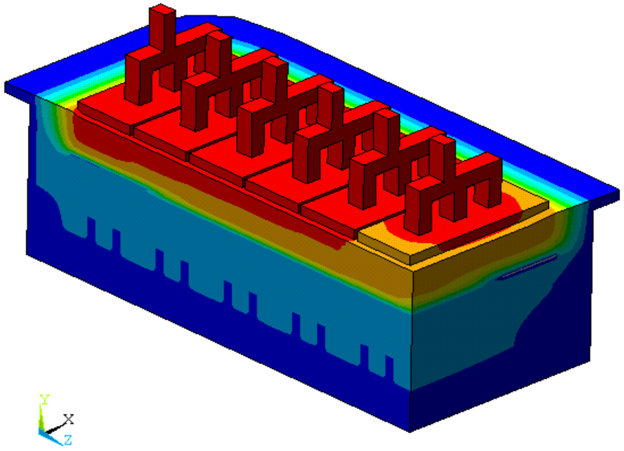
FE model (*quarter of the cell*)



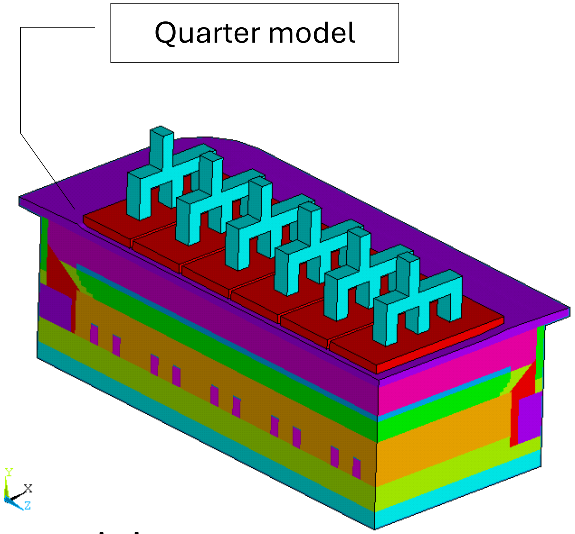
Anode and cathode blocks

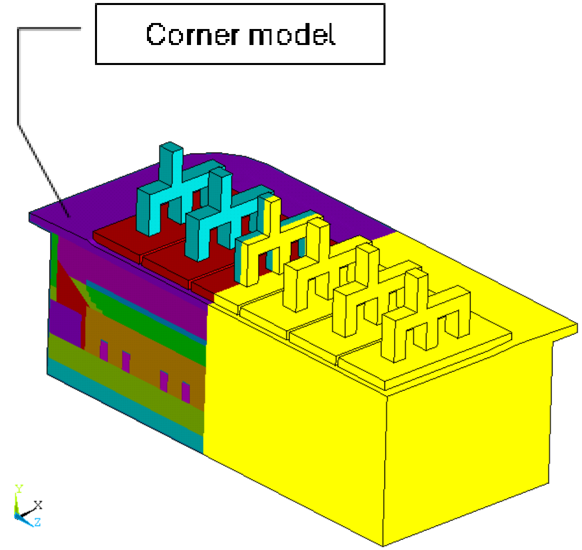


Temperature distribution



Electric potential distribution

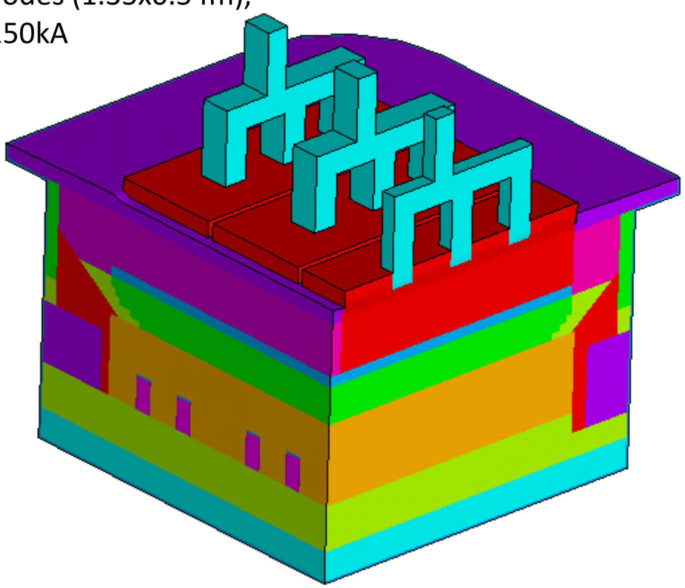


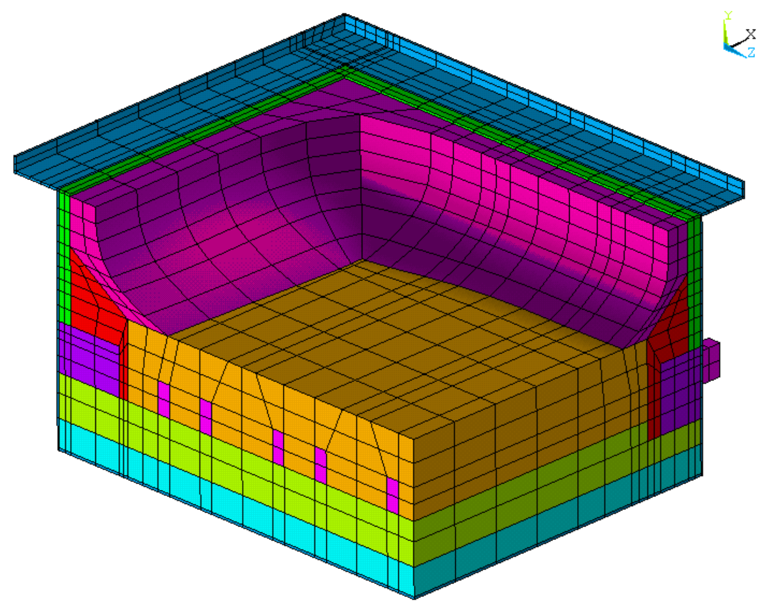


Corner model

- 2850mm cathode blocks,
- 5BN blocks,
- 24 anodes (1.35x0.54m),
- I_{tot} =150kA

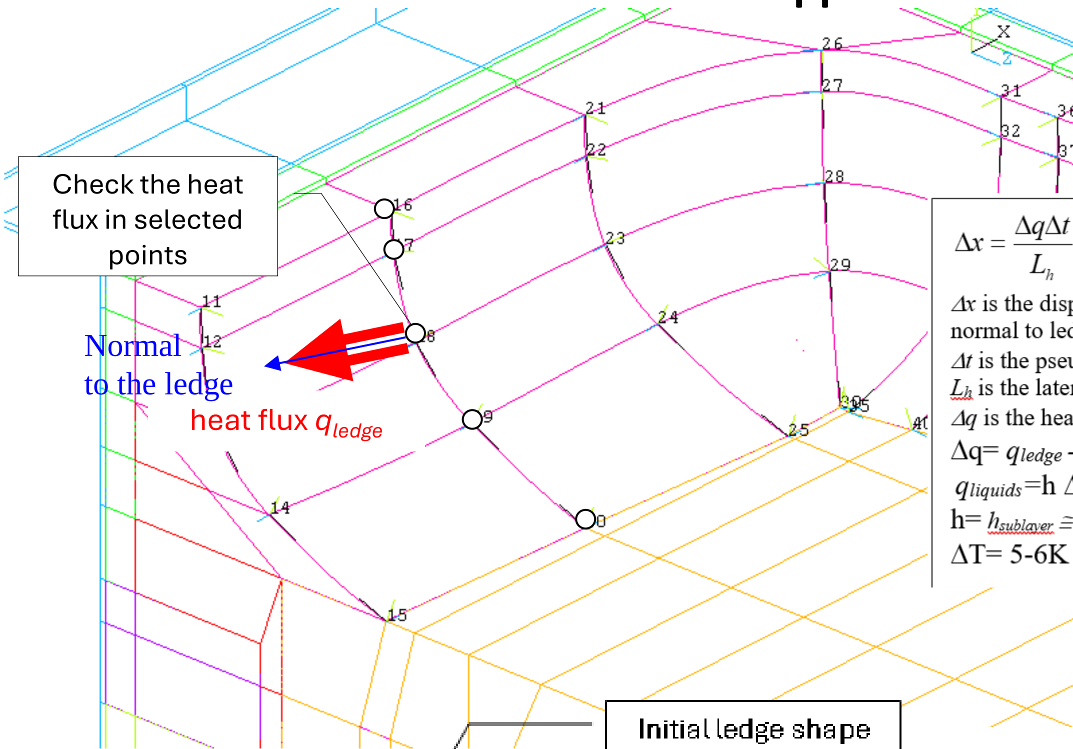
Heat flux approach





base_corner

Heat flux approach



$$\Delta x = \frac{\Delta q \Delta t}{L_h},$$

Δx is the displacement of the ledge front in the direction normal to ledge front,

Δt is the pseudo-time step,

L_h is the latent heat for ledge melting,

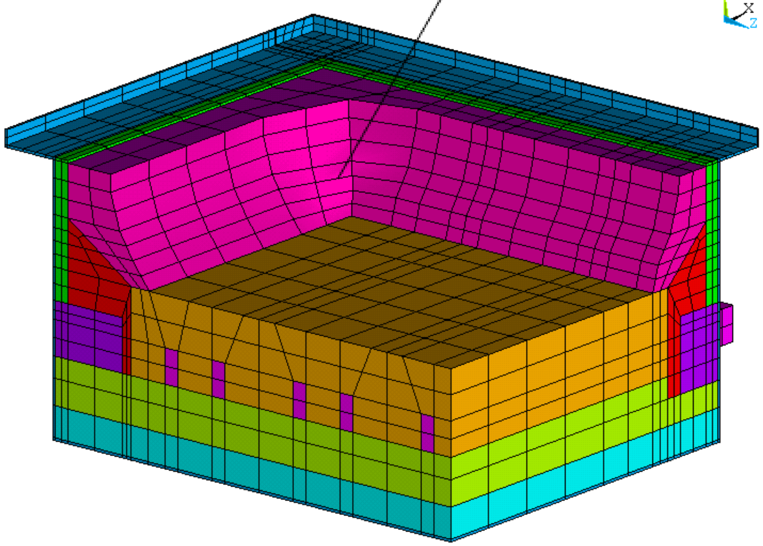
Δq is the heat flux discontinuity on ledge front

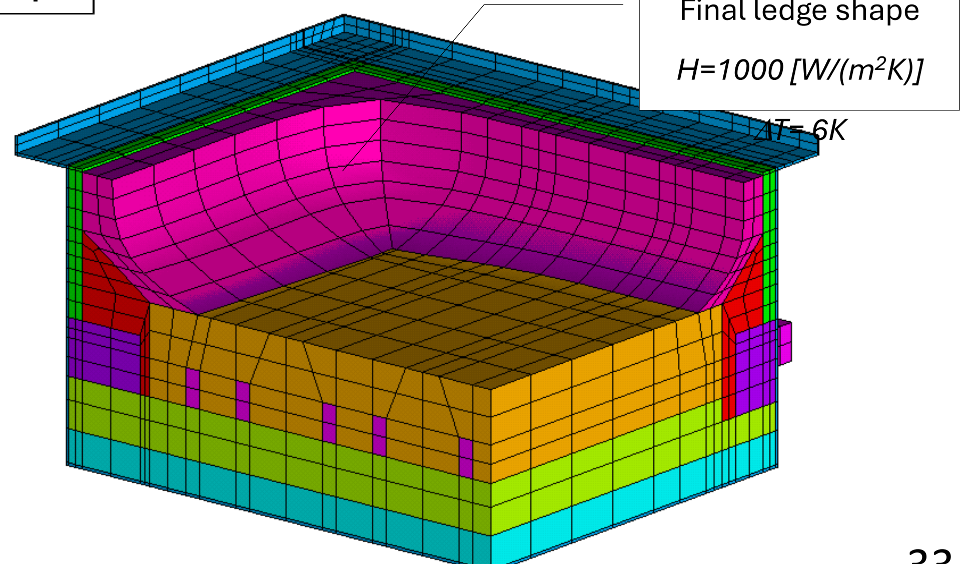
$\Delta q = q_{ledge} - q_{liquids};$

$q_{liquids} = h\ \Delta T$

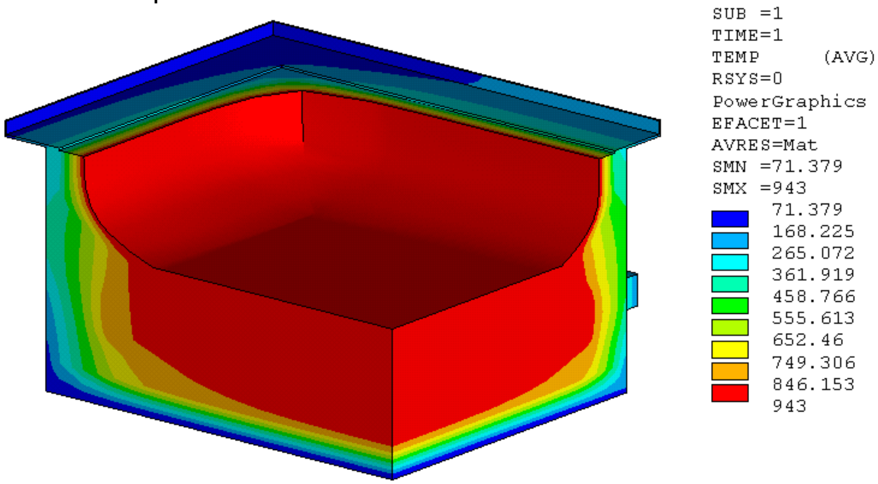
$h = h_{sublayer} \cong 800 - 1200\ [W/K/m^2]$

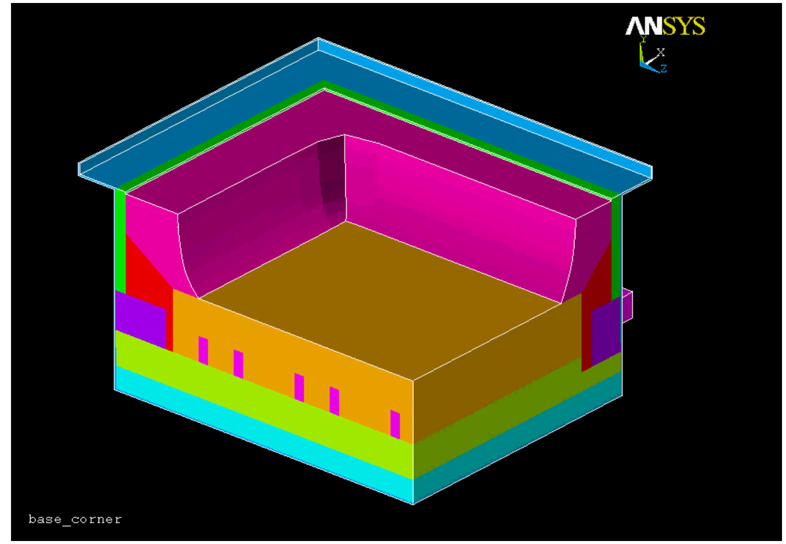
$\Delta T = 5\text{-}6K$



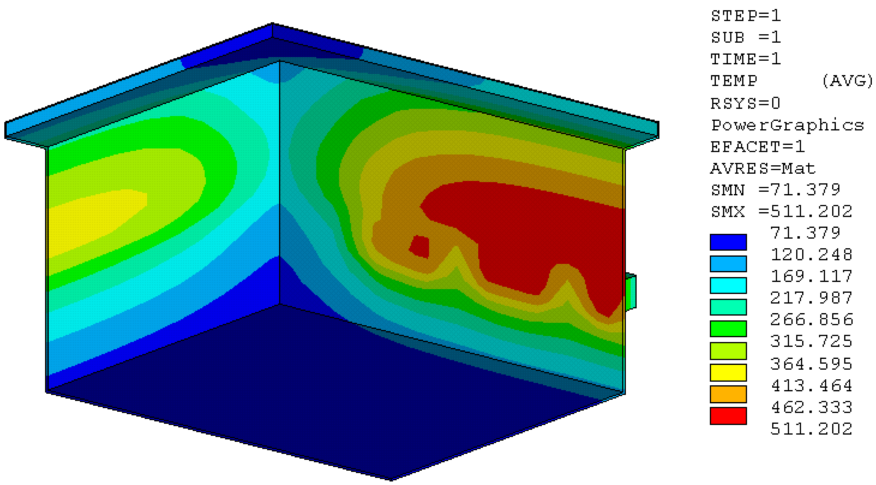


Temperature distribution





Temperature distribution
on the external surfaces



Heat flux distribution
on the external surfaces